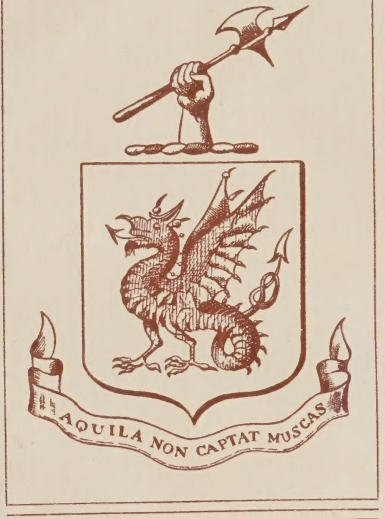
One of 2 cc having date stamp



STILLMAN DRAKE

Ex Bibliotheca D. Hieronymi Rolandi, quam dedit Collegio Rhedonensi Societatis Iesu.

Arm 139 45

LES NOVVELLES

PENSEES

DE

Colleg. Rhed. Soc. Iesu

GALILEE,

MATHEMATICIEN

ET INGENIEVR

DV DVC DE FLORENCE.

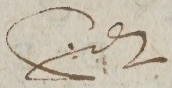
Où il eſt traitté de la proportion des Mouuements Naturels, & Violents, & de tout ce qu'il y a de plus ſubtil dans les Mechaniques & dans la Phyſique.

Où l'on verra d'admirables Inuentions, & Demonſtrations, inconnuës iuſqu'à preſent.

Traduit d'Italien en François.

A PARIS,
Chez HENRY GVENON, ruë ſainct Iacques, à l'Image de S. Bernard, prés les Iacobins.

M. DC. XXXIX.
AVEC PRIVILEGE DV R[illegible]



PREFACE, AV LECTEVR.

Où l'on void de belles remarques des centres de grauité, & des parties aliquotes des nombres.

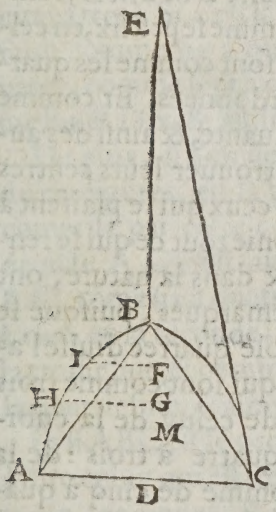
CE Liure ne peut qu'il ne ſoit agreable à ceux qui ayment les ſciences & les obſeruations, puis qu'il en eſt tout remply; & bien que les demonſtrations n'ayent peu eſtre miſes par tout, à raiſon de la grande multitude des figures qu'il euſt fallu : il y en a neantmoins aſſez pour donner ſujet aux plus ſçauans d'admirer l'excellent eſprit du ſieur Galilee, lequel nous a donné de tres-beaux ſecrets dans les Mechaniques, & dans les

Mouuemens naturels & forcez, ou violents, pour en contempler les proprietez & les effects. Et si ces cinq Liures ne contiennent pas tous ses discours de mot à mot, ils en donnent pour le moins toute la substance, si l'on en excepte l'addition qu'il fait des centres de grauité ; Mais i'en mettray icy plusieurs remarques particulieres pour recompenser le traicté qu'il en fait, lesquelles ont esté faites par vn excellent Geometre : & puis i'acheueray cette Preface par la contemplation des nombres, dont les parties aliquotes sont multiples, afin de suppleer ce qui manque à la XIII. Obseruation mise à la fin de l'Harmonie vniuerselle.

Or plusieurs ont trouué le centre de pesanteur de quelques corps, par exemple, celuy du conoide, lequel ayant vn cercle pour sa base, est descrit par vne parabole, qui torne autour de son aissieu, lequel est tellement diuisé par ledit centre, en trois parties esgales, que la distance depuis ce centre iusques au sommet de ce conoide, est double de celle qui est depuis ce mesme centre iusques à la base. Galilee dõne vn petit Traicté des centres

de grauité à la fin de son Liure : mais il y a ce me semble peu de choses à dire sur ce sujet, apres ce qu'Archimede, Commandin, Luc Valere, Steuin, & quelques autres en ont demonstré. C'est pourquoy ie mets seulement icy ce qu'en a remarqué vn excellent Geometre.

Soit donc A B C vne ligne courbe, de telle nature, que les segmens de son diametre, par exemple, BF, FG, ayent entre-eux mesme proportion, que les cubes des lignes appliquees par ordre à ces segmẽs, à sçauoir I F, H G, & que B D soit l'aissieu, ou le diametre de la figure compriſe par cette ligne courbe A B C, & la droite A C. Si l'on diuise ce diametre B D par le poinct M, en telle façon que la ligne B M



soit à la ligne M D, comme quatre à trois, le poinct M, sera le centre de grauité de cette figure. Et en la courbe, où les segmens des diametres sont entr'eux comme les quarrez des quarrez des ordonnees, il faut faire B M à M D, comme cinq à quatre. En la suiuante, où ces segmens sont comme les sur-solides des ordonnees, il faut faire B M à M D, comme six à cinq. Et comme sept à six, en celle où ces sequences sont comme les quarrez de cube des ordonnees. Et comme huict à sept en la suiuante, & ainsi des autres à l'infiny, pour trouuer leurs centres de grauité. Certes ceux qui se plaisent à raporter à l'harmonie tout ce qui se rencontre dans l'art, & dans la nature, ont icy de fort belles remarques, puisque le centre de la parabole quarree diuise l'axe en deux parties, qui sont comme trois à deux. Les parties de celuy de la cubique sont comme quatre à trois : de la quarree quarree, comme de cinq à quatre, & celles de la sursolide, comme six à cinq, qui donnent les raisons de toutes les simples consonances.

Outre cela, suppoſant que B D tombe

ſur A C à angles droicts, & que A B C ſoit vn conoide deſcrit par la ligne courbe A B ou B C, meuë circulairement autour de l'aiſſieu B D : en ſorte que la baſe A C ſoit vn cercle, l'on trouuera le centre de ce corps A B C D, lors que la courbe A B C, eſt celle dont les ſegmens du diametre ſont comme les cubes des ordonnees, ſi l'on fait B M á M B, comme cinq à trois. Si c'eſt la ſuiuante, il faut la faire comme ſix à quatre : ſi l'autre ſuiuante, comme ſept à cinq : ſi l'autre, comme huict à ſix, & ainſi à l'infiny.

De plus, ſi l'on veut ſçauoir les aires de ces figures, en la premiere la ſurface compriſe par cette courbe, & la ligne droicte A C, eſt au triangle inſcrit A B C, cõme ſix à quatre. Et comme huict à cinq en la ſeconde ; comme dix à ſix en la troiſieſme, & comme douze à ſept dans la quatrieſme, & ainſi à l'infiny.

Et ſi A B C eſt le premier conoide, c'eſt à dire celuy qui eſt deſcrit par la premiere de ces lignes, il eſt au cone inſcrit, comme neuf à cinq : ſi c'eſt le ſecond, il eſt à ce cone comme douze à ſix : ſi c'eſt le troiſieſme, comme quinze à ſept : ſi le

quatrieſme, comme dix-huict à huict : ſi le cinquieſme, comme vingt & vn à neuf, & ainſi à l'infiny.

En fin pour trouuer leurs tàngentes, en la premiere de ces courbes, ſi elle eſt touchee au poinct C, par la ligne droicte CE. BE ſera double de BD, & triple de la meſme BD en la ſeconde, quadruple en la troiſieſme, & quintuple en la quatrieſme, & ainſi à l'infiny.

Ie viens maintenant aux parties aliquotes, leſquelles font plus de peine à trouuer, que nulles autres difficultez de Geometrie : de la viét que pluſieurs n'en ont peu venir à bout. Or le premier nombre dont on a pris ſujet d'y trauailler, eſt 120. dont les parties aliquotes font le double, à ſçauoir 240. Iamais l'on n'en auoit trouué d'autres que ie ſçache, & meſme la pluſpart des Analyſtes ne ſçauoient pas s'il y en auoit de ſemblables, iuſques à ce que d'excellens Geometres, Analyſtes & Arithmeticiens, ont adiouſté depuis peu de temps 672. 523776. & 14763048 96. qui ont la meſme proprieté; & de plus, vn excellent eſprit a trouué que le nombre qui ſuit, dont les par-

ties aliquotes font auſſi le double, à ſçauoir 459818240. eſtant multiplié par 3. c'eſt à dire eſtant triple, produit le nombre 1379454720. dont les parties aliquotes ſont le triple. Ils en ont encore trouué qui ſont ſous-triples de leurs parties aliquotes, par exemple, ceux qui ſuiuent, 30240. 32760. 23569920. 45532800. 1429900848. 4386147840o. 66433720320. 403931236608. auſquels ils en peuuent adiouſter mille autres qui auront la meſme proprieté, & meſme qui ſeront quadruples de leurs parties aliquotes, cõme ſont les trois qui ſuiuent, 14182439040. 508666803200. & 3082386178560. & tant qu'on voudra d'autres, dont les parties aliquotes feront le quintuple, le ſextuple, le cẽtuple, &c. iuſques à l'infiny: ce qui n'auoit point eſté cõnu que iuſqu'à preſent. L'on n'auoit point auſſi connu d'autres nombres, dõt les parties aliquotes priſes alternatiuemẽt reproduiſiſſent les meſmes nombres amiables, que 284. & 220. leſquels on appelle *amiables*, parce que les parties aliquotes de 284. font 220. & celles de 220. font 284. Mais l'on a depuis peu trouué les deux couples qui

suiuent, 18416. 17296. & 9437056. 4363584. Or ie mets icy la methode qu'vn excellent Geometre a donnee, pour trouuer vne infinité de nombres semblables aux precedents, c'est à dire, lesquels estans pris deux à deux, l'vn est esgal aux parties aliquotes de l'autre, & reciproquement l'autre est esgal aux parties aliquotes du premier. Voicy la regle.

Si l'on prend le binaire, ou tel autre nombre qu'on voudra, produit par la multiplication du binaire, pourueu qu'il soit tel, que si l'on oste l'vnité du nombre qui luy est triple, il soit nombre premier: de mesme que le nombre sextuple, dont on oste l'vnité, soit nombre premier: & finalement, si l'vnité estant ostee du nombre octodecuple de son quarré, il est encore nombre premier, & que l'on multiplie ce dernier nombre par le double du nombre que l'on a pris, l'on aura vn nombre dont les parties aliquotes donneront vn autre nombre, duquel les parties aliquotes produiront le nombre precedent: par exemple, ie prends trois nombres, 2. 8. & 64. & trouue les trois couples des nombres precedens.

Ie laisse mille autres remarques de peur d'oublier la principale, à sçauoir qu'il est necessaire de corriger toutes les fautes de l'impression, mises à la fin du Liure, auant que de le lire, lequel est si court & si petit, que chacun le peut porter aux champs pour se recreer.

TABLE DES MATIERES
contenuës en ce Liure.

A

Accord ou douceur des consonances, d'où, 98
Air de combien plus leger que l'eau, 63
Air empesche la parabole, 231
Air comparé en pesanteur à l'estain, 61
Air pesé dans le vuide, 69
Air retarde la vitesse de tous les corps, 81
Arquebuze, & ses portees, 256

B

Baston rompu sur le genoüil, & sa force, 149

C

Cercle ne peut estre infiuy, 25
Centres de grauité. voyez la Preface.
Cercle est moyen proportionnel, 43
Cercles concentriques, ayant double infinité de poincts, 17. 18
Chordes de leton, & leur force, 13
Chorde, par où elle se rompt, 140
Consonances, & leurs raisons, 93
Colomnes pourquoy si fortes tirees de droict fil, 5. 6. & c.
Corps pesans, pourquoy ne descendent pas plus viste que les moins pesans, 49. & c.
Conoides, & leur centre de grauité, voyez la Pref.
Cylindre le plus grand de tous les possibles, 145. & c.
Cylindres comparez à leurs surfaces, 34
Cylindre vnique de mesme force, 136. & c.
Cylindres de differente grosseur, leur force, 128
Cylindres appuyez au milieu & par leurs deux bouts,

Cylindres paralleles à l'orizon, leur force
Cylindres creux, & leur force, 16
Cylindre rompu par soy-mesme,

D

Descente esgale de toutes sortes de corps de mesme essece, 50
Deux manieres de peser l'air. 64
Diuision d'vne ligne en toutes ses parties. 29

E

Galité merueilleuse des descentes dans le cercle, 191
Egal, plus, ou moins grand ne conuiennent pas à la quantité infinie. 23
Empeschemens que les surfaces apportent aux mouuemens, 74
Experiences de Galilee, 187
Experience pour les sons & les consonances, 95
Experience de la force des cylindres de leton, 15. 16
Experience contre Galilee, 252
Experience & diuination, 86
Experience de l'arquebuze, 83
Experience contre Galilee, 67. & 73
Experience du combat de l'air & de l'eau, 55
Experience de l'or tiré en cylindre, 87

F

Figure parabolique se rompt par tout également, 155
Figure du mouuement violent, 227
Forces composees des cylindres. 133
Force des prismes ou soliueaux, 122
Force des colomnes tirees droict de haut en bas, 5. 6
Force du vuide, 8. 9. &c.
Force des regles, 124

G

Galilee expliqué, 78
Grandeur des sacs contre le sens commun, 41

H

Hauteurs mesurees, 87

I

Impetuosité des missiles mesurez, 137
Infinis poincts composent la ligne, 22
Infinité double de poincts, 17. 18

L

Leuier concret, 118
Leuier abstrait, 117
Liquidité, d'où elle vient, 25
Lumiere, si elle s'estend dans vn instant. 2
Lumiere expliquee par le mouuement, 28

M

Machines grandes, pourquoy elles ne reussissent pas, 2. 3. &c.
Maxime fondamentale pour les mouuemens naturels, 185
Manieres diuerses pour hausser les tons, 94
Mesure de la force du vuide, 10. 11. &c.
Missiles sont la figure parabolique, 228
Milieu, combien il empesche le mouuement, 59
Mouuement composé expliqué, 234
Mouuement egal, & ses proprietez, 169. &c
Mouuement violent & sa nature, 226. &c.
Mouuement naturel defiy, 181
Mouuement se feroit dans le vuide, 48. &c.
Mouuement des chordes, 72

N

Nauigation & sa raison, 54
Nombres amiables, dans la Preface.

O

Octaue & son vnion, 99
Opinion d'Aristote, 63
Or combien long il se tire par la filiere, 87

P

Parties aliquotes, voyez la Preface.
Parabolique figure du mouuement, 227. &c.
Parabole donne esgalité de force. 159
Pesanteur des chordes harmoniques, 97
Pesanteur de l'air, 65
Peser dans le vuide, 70
Poinct esgal à la circonference 21
Pompe & sa force, 12
Portees du canon determinees, 256
Propositions d'Archimede, 114
Principe mechanique, expliqué, 114
Proportion des tours & retours des chordes, 85
Proportion de la vitesse, expliquee, 191

Q

Quinte, & son vnion, 100
Quadrature du cercle, 43

R

Raisons d'Aristote pour le vuide, refutees, 46
Raison triple & triplee, expliquee, 78
Raisons composees des mouuemens, 197
Raisons des plans, & des viteſſes acquises sur ces plans, 292. &c.
Rarefaction & condensation expliquee, 31
Resistance des cylindres inesgaux en grosseur & longueur, 131
Remarque merueilleuse, 251

S

Surfaces des cylindres differens, & leur proportion, 33. *&c.*

T

Tout corps descend egalement dans le vuide, 57
Tours & retours des chordes, & leur proportion, 85. *&* 88
Tremblemens des consonances representez à l'œil, 105
Tremblemens des chordes à l'vnisson, 91
Tremblemens des chordes de Luth, comptez & nombrez, 97

V

Verre sonnant, saute à l'octaue, 92
Viteſſe naturelle, pourquoy elle s'augmente, 1832
Viteſſe des miſsiles meſuree, 137.
Viteſſe acquiſe, expliquee. 186
Vuide, & ſa force, 8.9.*&c.*
Viteſſe des corps dans l'air, 61. *&c.*
Vuide mal prouué par Ariſtote, 46
Vnion des batemens d'air, cauſe des conſonances, 99
Vniſſon, pourquoy fait trembler les chordes, 90
Vnité, ſeule infinie, 25
Volees du canon determinees, 255

FIN.

LIVRE PREMIER.

DES NOVVELLES PENSEES DE GALILEE, touchant les Mechaniques & la Physique.

Ie diuise ce Liure en 24. Articles, à raison des 24. choses principales qui y sont expliquees, & prends la liberté de remarquer ce que i'ay reconnu estre contre l'experience, afin que nul ne soit preoccupé d'aucun erreur.

ARTICLE I.

Que les grandes machines ne sont pas si fortes que les petites, à proportion de leur grandeur.

GALILEE prend sujet de parler des machines, en considerant que les grands vaisseaux de mer, comme les Galeaces de l'Arsenac

de Veniſe, ne reſiſtent pas tant, à proportion de leur grandeur, comme font les petits vaiſſeaux; & ſouſtient que ce que l'on dit ordinairement, que les machines reüſſiſſent mieux en petit qu'en grand, n'eſt pas touſiours veritable, puiſque les grands horloges marquent les heures plus iuſtement que les petits.

Il dit en ſuite, qu'encore que les machines ne ſuiuent pas l'idee de l'eſprit, à raiſon des differentes alterations, auſquelles la matiere eſt ſujette, qu'il arriueroit neantmoins la meſme choſe, bien que leur matiere ne fuſt ſujette à nulle alteration, parce qu'elles deuiennent plus foibles, & reſiſtent moins, à proportion qu'on les augmente; de ſorte qu'on peut demonſtrer Geometriquement, que toutes ſortes d'inſtruments, tant artificiels que naturels, ont des bornes qu'ils ne peuuent ſurpaſſer, quoy que l'on obſerue iuſtement toutes les proportions, & que leur matiere ſoit tres-vniforme. Par exemple, lors que la longueur d'vne colomne ou d'vn baſton, ſellez dans vne muraille, & s'eſtendans horizontalement, ſera centuple de leur groſſeur, ſi

l'on adiouſte tant ſoit peu à cette longueur, la colomne ſe rompra d'elle-meſme : de là viẽt qu'vn cheual, ou quelque autre gros animal ſe romproit les os, s'il tomboit de cinq ou ſix toiſes de haut, au lieu qu'vn chien ou vn chat ne ſe bleſſeroit pas : qu'vn fourmy tombant depuis le haut d'vne tour, ou meſme depuis la Lune, ne ſe feroit aucun mal : qu'vn petit enfant ne ſe bleſſe pas ſi fort en tombant, comme vn grand hõme ; & qu'vn cheſne haut de deux cens braſſes ne ſouſtient pas ſi bien ſes branches, qu'vn petit cheſne, &c. C'eſt pourquoy la nature ne peut faire de cheual, ou d'homme dix fois plus grands que les ordinaires, ſans vn miracle particulier, parce que les os ſe romproient d'eux-meſmes, quoy qu'ils gardaſſent la proportion du grand au petit. C'eſt pourquoy l'on ne peut eſleuer les grandes colomnes & les aiguilles de marbre, ſans vn grand peril de les rompre ; à raiſon que leur peſanteur contribuë dauantage à leur rupture, que celle des petites colomnes. A quoy il rapporte l'accident d'vne colomne qui s'eſt rompuë par le milieu, apres qu'vn Artiſan eut

mis vn troiesme appuy sous ledit milieu, craignant qu'elle ne se rompist par cét endroit, au lieu qu'elle ne s'estoit point rompuë lors qu'elle n'auoit que deux appuis à ses deux extremitez : ce qui ne fust pas arriué à vne petite colomne, quoy que semblable, tant en grosseur qu'en longueur, dont il donne la raison en sa seconde iournee.

Ce qui semble merueilleux, en ce que l'on experimente que la force des corps a coustume de croistre dauantage que leur grosseur, puis qu'vn cloud ou vn baston double en grosseur d'vn autre, est huict fois plus fort que le baston, & le cloud sous double. Et neantmoins nous voyons que les petits animaux sont souuent plus forts à proportion, que ne sont les plus grands. Ce sont là les difficultez d'où il prend occasion de discourir de la force & de la resistence des cylindres ou des colomnes, & d'en faire vne nouuelle science des Mechaniques, comme l'on verra dans les Articles suiuans.

ARTICLE II.

D'où vient la grande force des colomnes qui sont si difficiles à rompre, estant tirees de haut en bas, & si la seule crainte du vuide en peut estre la cause.

POVR bien entendre cette difficulté, il faut s'imaginer que la ligne A B, soit vne colomne attachee en haut à vn plancher, ou à vne voûte, au poinct A, & qu'elle soit tiree perpendiculairement de haut en bas par vn poids attaché au point B. Or il est certain que la force d'vne colomne de bois ou de marbre, ou de telle autre matiere qu'on voudra, n'est pas infinie, & partant que l'on peut tellement augmenter le poids ou la force B, que la colomne A B, se rompra, comme feroit vne chorde de chanvre, ou de cuiure: car les cylindres, ou autres pieces de bois prennent leur force des filaments & des fibres, dont ils sont tissus, comme

ſont les chordes, quoy qu'ils ſoient beaucoup plus forts. Quant aux cylindres de metal, ou de marbre, où il ne paroiſt point de tels filaments, il ſemble que la reſiſtance de leurs parties vienne de quelque ſorte de colle naturelle.

La grande force ou reſiſtance des chordes de chanvre viént de ce que chaque filet eſt tellement preſſé par les autres, auec leſquels il eſt entortillé, que lors qu'on tire la chorde, nul filet ne peut ſe ſeparer : de là vient, qu'elle ſe rompt quaſi comme feroit vn morceau de marbre, cõme ſi elle eſtoit coupee, ſans que les filaments ſe quittent les vns les autres : d'où il arriue qu'elle ſe rompt auſſi bien en la tendant, qu'en la tirant.

Cette reſiſtence des fibres & filaments, s'explique aſſez bien, par les filets que l'on tient entre les doigts : car l'on a dautant plus de peine à les tirer, & à les ſeparer, qu'on les eſtreint plus fort ; & s'ils ſont entortillez autour du doigt, ils rompent pluſtoſt que de quitter. Ce qu'il explique par deux cylindres qui preſſent vne chorde ; & par ſon entortillement autour de l'vn deſdits cylindres : car cét

entortillement fait que plus on la tire de haut en bas, & plus elle estraint le cylindre : de sorte qu'elle resiste dautant plus, que ses plis & tortils sont en plus grand nombre, & plus pres à pres, à raison que la chorde touche le cylindre en vn plus grand nombre de parties. Et parce qu'il y a vne grande multitude de semblables entortillemens dans les chordes de chanvre, il arriue qu'elles resistent merueilleusement, auant que de rompre en les tirant. De là vient aussi qu'vne chorde entortillee au tour de l'axe des gruës & autres engins, qui seruent pour leuer des fardeaux rres-pesans, ne lasche point, encore qu'elle ne tienne à nulle cheuille, & qu'vn homme en tienne l'extremité auec vne seule main.

A quoy se rapporte l'inuention du petit cylindre creusé tout autour, en forme d'helice ou de viz, afin de faire couler vne chorde, qui sert à descendre du haut d'vne tour sans se blesser les mains : de sorte qu'on se repose quand on veut, & qu'on descend plus ou moins viste, selon qu'on estraint plus ou moins la chorde contre ledit cylindre, qui est couuert

d'vn autre morceau de bois, ou de quelque autre matiere creuſe, qui ſert pour enfermer la chorde & le cylindre.

Apres cét entortillement de filamens & de fibres, par lequel on explique la tiſſure, qui fait que les cylindres de bois, & les chordes ont vne ſi grande reſiſtence, il dit que la fuite du vuide eſt cauſe de la reſiſtance des cylindres, qui n'ont point de fibres, outre la colle naturelle, qui aſſemble & vnit leurs parties.

Quant à la reſiſtance de la part du vuide, elle ſe remarque à la difficulté que l'on a, lors que l'on tire perpendiculairement vn morceau de marbre bien poly de deſſus vn autre piece, qui eſt auſſi polie : car la piece de deſſus emporte & tire auec ſoy celle de deſſous, qui ne peut s'en ſeparer, à raiſon qu'il y auroit du vuide, quoy que pour auſſi peu de temps, qu'il en faut pour le mouuement de l'air exterieur iuſques au milieu de la piece : par exemple, s'il y a vn pied depuis ſes extremitez iuſques au milieu, l'air n'employeroit pas vne tierce minute à faire ce chemin : car ſes cercles font naturellement vingt-trois pieds dans vne tierce.

L'on void la difficulté de cette separation aux morceaux de bois ou de pierre, qui s'entretouchent sans estre polis : & parce que l'attouchement mutuel des parties qui composent les cylindres de pierre & de metal, est tres-exact, il arriue qu'elles resistét merueilleusement, auant qu'elles se rompent, & qu'elles cedent à la force qui les tire.

De cette resistance des morceaux de pierre polie, ou d'autre matiere, qui ne se separent pas pour la crainte du vuide : l'on peut conclure contre Aristote, que le mouuement ne se feroit pas dans le vuide en vn instant, autrement cette crainte n'empescheroit pas leur separation, parce qu'il rempliroit dans le mesme moment de la separation tout le vuide que l'on pourroit craindre. Et parce que lesdites pierres se peuuent separer par force, il s'ensuit que le vuide demeure quelque temps sans estre remply. Mais si l'on considere que la difficulté de cette separation precede le vuide, lequel n'est qu'vne priuation qui n'agist point, comme quoy se peut-il faire que cette crainte soit cause de cette resistance, si ce n'est

que l'on die que la nature abhorre l'impossible. Galilee ne respond point à cette difficulté, qu'il quitte, pour monstrer cõme l'on peut distinguer & separer la force que peuuent auoir les cylindres, à raison de la crainte du vuide, d'auec celle qui leur vient de leur colle, ou d'ailleurs.

Et pour ce sujet il vse d'vn cylindre d'eau, dont les parties n'ont nulle resistance à se separer, que celle qui vient de la seule crainte du vuide, lequel apres auoir enfermé dans vn cylindre creux de metal, ou de verre creusé, & tourné bien exactement, comme est vn seau cylindrique, lequel ne doit pas estre tout à faict remply, il y adiouste vn autre cylindre tout massif, que l'on peut nommer vn *Embolus*, dans lequel il fait vne entailleure pour laisser sortir l'air, laquelle il remplit d'vne verge de fer, apres que l'air est sorty, afin qu'il n'y ait rien entre le cylindre d'eau, & celuy de bois, ou l'embolus, c'est à dire le tampon, qui touche l'eau.

Cette preparation estant faite, il attache des poids au bout crochu de la verge

de fer, iuſques à ce que leur peſanteur tire le tampon de dedans le cylindre creux, & le ſepare d'auec l'eau, & conclud que la force, ou la peſanteur qui fait cette ſeparation, monſtre la reſiſtance qu'ont les cylindres pour la ſeule crainte du vuide. Or il ſuffit que le ſeau ou le cylindre creux ait deux ou trois doigts de hauteur d'eau, & que l'on pouſſe tellement le tampon iuſques à la ſurface de l'eau, que tout l'air ſorte par ladite entailleure, qui ſe remplit en tirant la verge de fer, qui a ſon extremité d'enhaut faite en cone renuerſé, afin qu'en la tirant, ce cone, qui remplit la plus grande largeur de l'entailleure faite au tampon, empeſche que la verge de fer tiree par la peſanteur, n'eſchape & quitte ledit tampon: lequel ayant eſté ſeparé de l'eau par la force du poids, il faut peſer ledit tampon, la verge de fer, & les autres peſanteurs, & puis en attacher autant au bout de la colomne de marbre, de meſme groſſeur que le cylindre d'eau; ſi elle ſe rompt auec le meſme poids, l'on conclura que ſa reſiſtance ne vient que de la ſeule crainte du vuide: & s'il y faut adiouſter quatre fois

autant de pesanteur, ladite crainte ne contribuera que la cinquiesme partie de la resistance.

Il ne s'arreste pas aux difficultez que l'on fait sur ce que l'air, ou quelque autre corps plus subtil peut passer à trauers le verre, ou les autres vases, & entre l'embolus & la verge de fer, parce qu'il s'ensuiuroit que le vase se gonfleroit au haut, ce qui n'arriue pas : & puis il passe à vne autre difficulté, qui consiste à sçauoir pourquoy vne pompe, qui tire l'eau par aspiration, & non par impulsion, n'en peut plus tirer, lors que l'eau s'est vn peu plus abbaissee qu'à l'ordinaire : de sorte qu'il est impossible qu'elle tire, lors que l'eau est basse de plus de dix-huict brasses, quoy que la pompe soit estroitte, ou large tant qu'on voudra. D'où il conclud qu'il arriue quasi la mesme chose à ce cylindre d'eau de dix-huict brasses, qui ne peut plus estre soustenu, qu'à vne chorde & vn cylindre de fer, de marbre, &c. qui se rompent d'eux-mesmes, lors qu'ils sont trop longs pour se soustenir & se conseruer. C'est pourquoy si l'on pese vn cylindre d'eau de dix-huict brasses de

long, on aura la force & la pesanteur qui suffit pour vaincre ou pour esgaler la resistance des cylindres, qui depend de la crainte du vuide, lors que les cylindres seront de mesme grosseur que celuy de l'eau.

D'où l'on conclud encore qu'elle doit estre la longueur d'vne chorde ou verge de fer, pour se rompre par son propre poids : par exemple, si l'on prend vne chorde de leton, comme sont celles de l'Epinette, & qu'il falle luy attacher cinquante liures pour la rompre, lors qu'elle sera assez logue pour peser cinquante liures, elle se rompra d'elle-mesme : si elle est longue d'vne brasse, qui pese la huictiesme partie d'vne once, & que cinquante liures la rompent, il faut conclure qu'elle se rompra d'elle-mesme, lors qu'elle aura quatre mille huict cens & vne brasses, puis qu'il y a quatre mil huict cens huictiesmes d'onces dans cinquante liures. Et si l'on veut trouuer la resistance de cette chorde, à raison de la crainte du vuide, il faut peser la longueur d'vn cylindre d'eau de dix-huict brasses, qui soit de mesme grosseur que

ladite chorde : & ayant trouué que le leton est, par exemple, neuf fois plus pesant que l'eau, il s'ensuiura que la resistance de la chorde dependant du vuide, respond à la pesanteur de deux brasses de ladite chorde; ce qu'il faut semblablement conclure de tous les autres cylindres, de quelque grosseur ou matiere qu'ils puissent estre.

Mais quant à la resistance qui vient de la colle, qu'est-ce que se peut estre, puis que la fusion de l'or & des autres metaux, ou du verre, ne fait point perdre cette colle : car ils la reprennent aussi-tost qu'ils sont refroidis ; ioint qu'il faudroit vne nouuelle colle pour attacher cette colle au verre, ou à la matiere des cylindres.

Cette difficulté le fait resoudre à croire qu'il n'y a que la seule crainte du vuide, qui soit cause de la resistance des cylindres de metal : ce qu'il prouue par l'actiuité du feu, qui fait fondre l'or, & les autres metaux, en s'insinuant dans leurs pores, qui sont si petits, que l'air, ny autun autre corps fluide n'y peut entrer : de sorte qu'vne infinité de petits vuides

peut estre cause d'vne grande force, comme il arriue à plusieurs autres petites forces, qui iointes ensemble font de grands efforts, comme l'on experimente dans les armees, & dans les atomes ou petites parcelles, qui composent l'eau, & les vapeurs, qui accourcissent les gros chables en les grossissant, & leur font leuer d'estranges pesanteurs, par exemple, vn million de liures. D'où il conclud que des fourmis peuuẽt mener vn Nauire chargé de bled, pourueu qu'il y en ait autant comme il y a de grains.

EXPERIENCE.

IE veux icy adiouster la force qu'il faut pour rompre vne colomne, ou vn cylindre de leton long d'vn pied & demy, dont la base ait vn pied de diametre, supposé que sa resistance suiue celle de mon cylindre, dont la base a seulement la sixiesme partie d'vne ligne en son diametre : ie dy donc, que puis qu'il faut dix-huict liures pour rompre ce cylindre, le gros portera *13436928.* liures, auant que de rompre : car leur

force doit estre comme leurs bases, lesquelles sont en raison doublee de leurs diametres. Or le diametre de la base du moindre cylindre est à celuy de la base du plus grãd, comme 1. à 864. donc leurs bases sont de 1. à 746496. de sorte qu'il faut multiplier cette base par dix-huict, puisque la force ou resistãce du petit cylindre, est de dix-huict liures, & l'on aura 13436928. liures, pour rompre le plus gros cylindre : lequel rompra par son propre poids, lors qu'il sera si long qu'il pesera lesdites liures : ce qui arriuera à peu prés, lors qu'il aura trois mil trois cens cinquante huict toises de long. L'on trouuera dans la septiesme proposition du troisiesme Liure Latin de la Musique, combien resistent les cylindres d'or, d'argent, & d'acier, auant que de se rompre. Mais parce qu'il veut expliquer comme quoy il se peut rencontrer vne infinité de petits vuides dans vne estenduë finie, il faut commencer vn nouuel Article.

ARTICLE III.

Expliquer comment le moindre Cercle concentrique fait autant de chemin que le plus grand, lors qu'ils tournent ensemble sur des plans differents.

GALILEE donne vne nouuelle solution de la vingt-quatrieſme queſtion des Mechaniques d'Ariſtote, apres tout ce que les autres Geometres ont dit ce qu'ils ont peu ſur ce ſujet, & pretend de demonſtrer que le petit cercle concentrique porté par le plus grand, laiſſe vne infinité de poincts vuides ſur ſon plan, leſquels il ne touche point, & ſemblablement qu'il en touche vne infinité : de ſorte qu'il fait deux infinitez d'indiuiſibles, dont l'vne eſt touchee, & l'autre eſt laiſſee; d'où il conclud que le petit cercle laiſſe vne infinité de poincts vuides; au lieu que le grand les remplit tous par ſon mouuement. Il prouue ces vuides indiuiſibles par les petits poligones concentriques aux grands, qui touchent

leur plan tout entier & par tout, au lieu que les petits, qui sont portez par les grands, ne touchent pas leur plan en tous les endroits, dont ils sautent autant d'espaces sans les toucher, comme ils en touchent : de sorte qu'il y a autant de vuide que de plain. Par exemple, l'exagone laisse six espaces vuides, & en remplit six, & si le polygone à vn million de costez, il sautera autant d'espaces qui demeureront vuides : & parce que le cercle a vne infinité de costez, il laissera vne infinité de vuides, dont chacun sera vn poinct. Car il nie qu'aucun poinct de la circonference du petit cercle traine sur son plan, parce qu'il s'ensuiuroit de là que la ligne esgale au plan, estant composee d'vne infinité de trainemens, dont chacun auroit vne certaine longueur, seroit infinie. Ioint que chaque poinct du grãd cercle ne touchant son plan qu'en vn poinct, il est impossible que chaque poinct du petit cercle touche le sien en plus d'vn poinct.

Il faut remarquer que le raisonnement d'Aristote demeure encore touchant les deux cercles, à sçauoir que le mouue-

ment du moindre porté par le plus grand eſt tellement trainé ſur ſon plan, que chacun de ſes poincts touche pluſieurs parties : car de meſme qu'il admet vne infinité de poincts, l'on peut auſſi admettre vne infinité de parties : ioint que le centre qui trace auſſi ſon plan, eſt perpetuellement trainé.

Par ce moyen il explique comme vne ligne, & meſme vne ſurface, ou vn ſolide peuuent s'eſtendre quaſi à l'infiny, ſans laiſſer aucun eſpace vuide, par le moyen des ſeuls poincts, dont les vns demeureront vuides, & les autres ſeront remplis, comme il arriue à l'or dont les fueilles s'eſtendent ſi prodigieuſement ſur les fils d'argent & de cuiure, que l'on dore : & pour ce ſuject il ſuppoſe que les corps ſoient compoſez d'atomes comme la ligne de poincts.

Le centre tant des poligones que des cercles eſt encore bien conſiderable, en ce qu'il deſcrit par vne ſeule conuerſion vne ligne parallele & égale aux plans du grãd & du petit cercle ou polygone : d'où il arriue qu'il ſemble que le poinct eſt égal à la circonference, ce qu'il

essaye de persuader dans l'Article qui suit.

ARTICLE IV.

Que le raisonnement Geometrique contraint d'auoüer que le centre est egal à la circonference.

GALILEE se sert d'vne demonstration, qui ne se peut entendre sans figures, dont vse aussi Lucas Valerius dans la douziesme proposition du deuxiesme Liure des centres de grauité, dans laquelle il demonstre, que l'*Hemisphere est double du cone, & sous sesquialtere du cylindre, qui ont mesme base & mesme hauteur que luy*. Or l'Hemisphere estant imaginé, descrit & compris dans le cylindre, & semblablement le cone dans le cylindre, & puis ledit Hemisphere estant osté, & le corps qui demeure semblable à vn plat, ou à vne escuelle : il se demonstre premierement que ladite escuelle est egale au cone ; en second lieu, qu'vn plan ayant coupé paralleleмẽt à la base du cy-

lindre tant l'eſcuelle que le cone, la partie du cone qui reſte, eſt touſiours eſgale à ce qui reſte de l'eſcuelle en quelque lieu que ſe faſſe la ſection ; & finalement que la baſe du cone coupé eſt touſiours eſgale au bord circulaire de l'eſcuelle. Or la merueille de ces ſections pourſuiuies iuſques au ſommet du cone, & au dernier bord de l'eſcuelle, qui finit en s'amenuiſant iuſques à n'auoir plus nulle épaiſſeur, conſiſte en ce que la derniere ſection finiſſant à la ligne circulaire, qui termine le ſommet de l'eſcuelle, & au ſommet du cone, qui finit par vn poinct ; il s'enſuit par la perpetuité de la raiſon d'eſgalité entre le reſte de l'eſcuelle & du cone, que le poinct du cone eſt eſgal au bord circulaire de l'eſcuelle : car puiſque l'on a trouué vne perpetuelle eſgalité iuſques à la derniere ſection, pourquoy dira-on que le dernier reſidu du corps eſt infiniment moindre que le dernier reſidu de l'eſcuelle : de ſorte que le poinct du cone eſtant auſſi ſa derniere baſe, il eſt pour deux raiſons eſgal au cercle, qui fait le bord de l'eſcuelle ; & partant le poinct eſt eſgal au plus grand cercle du

monde : & par consequent l'on peut dire que tous les cercles sont esgaux entr'eux, puisque chacun est esgal à vn poinct : car bien que l'imagination se trouue accablee sous cette idee, neantmoins la raison s'en laisse persuader.

Ie connois d'autres excellens personnages, qui concluent la mesme chose par d'autres manieres ; mais tous sont contraints d'auoüer que l'indiuisible & l'infiny engloutissent tellement l'esprit humain, qu'il ne sçait quasi plus à quoy se resoudre lors qu'il les contemple : car il s'ensuit de la speculation de Galilee, que la ligne est composee d'indiuisibles, ce qui le contraint de dire que nul nombre finy de poincts, ne peut faire aucune ligne quantitatiue, mais qu'il en faut vn nombre infiny : d'où il s'ensuit que toutes les lignes sont esgales, ou plustost qu'en les considerant toutes composees d'vne infinité de poincts, il n'y a ny égal, ny plus ou moins grand dans l'infiny ; quoy que d'autres vueillent qu'il y ait mesme raison entre les infinis qu'entre les finis : de sorte qu'vn infiny peut estre double, triple, & qua-

druple d'vn autre finy, &c.

Or pour guerir ou pour aider l'imagination, il vſe des nombres qui ſont infinis, dont la pluſpart ne ſont ny quarrez, ny cubes : car dans le nombre de cent il n'y a que dix quarrez, en dix mille il n'y a que la centieſme partie de quarrez; & dans vn million il n'y en a que la millieſme : de ſorte que le nombre des quarrez diminuë touſiours, à proportion que les nombres croiſſent dauantage : & neantmoins chaque nombre ou racine a ſon quarré auſſi bien que ſon cube : & partant le nombre des quarrez & des cubes eſt auſſi bien infiny, que celuy des racines : de ſorte que *l'eſgal, le plus grand, &c.* ſont ſeulement des proprietez de la quantité finie.

Il s'enſuit encore que dans la comparaiſon du finy à l'infiny, l'on ne peut admettre leſdites proprietez; & que puiſque chaque ligne eſt touſiours diuiſible iuſques à l'infiny, elle eſt compoſee de poincts, & non de parties, autrement elle auroit vne eſtenduë infinie : car le recours qu'on à aux parties actuelles, & à celles qui ſont en puiſſance, n'eſt qu'vn

ſubterfuge : & pour ce qui eſt des parties de la ligne, qui ont de l'eſtenduë, l'on peut dire qu'elles ne ſont pas finies, & qu'elles ne ſont pas ſemblablement infinies, mais qu'il y en a tant qu'on en veut prendre.

Il a vne autre penſee fort ſubtile, à ſçauoir que l'on s'eſloigne d'autant plus de l'infiny, que l'on s'auance plus auant dãs les nombres ; parce que plus on va en auant vers les millions, les cent millions, &c. & moins on trouue de nombres quarez & de cubes, comme nous auons deſja monſtré : de ſorte que pour en trouuer vn nombre infiny, il ne faut pas monter vers l'infinité des nombres, mais il faut deſcendre vers l'vnité, laquelle contient autant de racines, que de quarez, de cubes, & de toutes autres ſortes de nombres : car elle contient toute ſorte de nombres, ſoit quarez quarez, ſoit quarez cubes, & ainſi des autres iuſques à l'infiny : d'où il arriue qu'elle a toutes leurs proprietez : par exemple, la proprieté de deux quarez eſt d'auoir entr'eux vn nombre moyen proportionnel ; or trois eſt le moyen proportionnel entre vn & neuf,

comme est deux entre vn & quatre. De mesme il y a deux nombres moyens proportionnels entre deux cubes, cõme sont douze & dix-huict entre huict & vingt-sept, & entre vn & huict l'on a deux & quatre : de sorte qu'il n'y a que la seule vnité qui soit infinie entre les nombres, & que ce qu'on s'imagine estre comme le zero, ou le rien, est le tout & l'infiny. L'on peut apporter plusieurs autres considerations de l'infinité : par exemple, qu'il y a vne distance infinie d'vn à deux, puis qu'il y a vne infinité de nombres rompus entre vn & deux, qui sont touſiours plus grands qu'vn, & moindres que deux.

Il monstre en suitte à descrire vne infinité de cercles, dont le plus grand doit conuenir auec vne ligne droicte ; d'où il conclud qu'il ne peut y auoir ny cercle, ny sphere, ny aucun corps infiny : & s'imagine qu'vn corps estant rompu, & brisé, ou diuisé en toutes ses parties, c'est à dire en tous ses atomes, il deuient liquide, comme l'eau & le verre fondu : ce qui arriue aussi à l'or & aux autres metaux, qui coulent apres estre fondus. D'où l'on

conclud que les pierres ou les autres corps, que l'on croit estre reduits en poudre inpalpable, ne sont pas encore diuisez en toutes leurs parties, & que chaque grain de leur poudre a encore de la quantité, & est diuisible, puisque cette poudre se tient en monceau sans s'espandre, au lieu qu'elle couleroit comme l'eau, si elle estoit indiuisible. Et partant l'or, l'argent, & les autres metaux ne sont pas encore diuisez en toutes leurs parties, par le moyen des eaux fortes & regales, puis qu'ils ne coulent pas comme l'eau, iusques à ce que les petits atomes du feu, ayent dissout toutes leurs parties : ce qui se fait aussi auec les rayons du Soleil, dont nous allons parler.

ARTICLE V.

Le moyen de cognoistre si la lumiere s'estend dans vn moment, ou si elle y employe du temps.

AYANT parlé des miroirs bruslans, qui fondent le plomb quasi dans

vn moment, & du traicté qu'a fait le Pere Bouauenture Caualieri des miroirs paraboliques, pour essayer à restablir ce que l'on dit de ceux d'Archimede, il considere la vistesse des effects du foudre, de la poudre à canon dans les mines, & de la lumiere, dont on peut sçauoir si la communication se fait en vn moment, ou si elle a besoin de temps, pourueu que deux personnes estants esloignees d'vne ou de deux lieuës, ayent chacun vn flambeau dans vne lanterne sourde: car si l'vn fermant la sienne, ou l'ouurant void à mesme moment que l'autre ouure & ferme la sienne, suiuant qu'ils s'apperceurõt mutuellement; c'est signe que la lumiere s'estend en vn instant, autrement il luy faut du temps; mais afin que cette correspondance soit bien iuste, ils se doiuent accoustumer à faire le mesme essay de sept ou huict toises, de cent, de deux cens, &c. Et finalement l'on pourra faire l'essay de cinq ou six lieues par le moyen des lunettes de longue-veuë. L'on pourroit peut-estre vser encore plus auantageusement de differens miroirs: car vne mesme personne presentant vn flambeau

deuant vn miroir, pourroit voir ſi la reflexion ſe feroit en meſme temps en des miroirs differents. Or il ſemble que la ſplendeur des eſclairs qui paroiſſent pluſtoſt vers la nuë, que ſur la terre, ait perſuadé à Galilee que la lumiere employe vn peu de temps à s'eſtendre dans ſa ſphere d'actiuité. Mais cette action ſe faict ſi ſoudainement, que l'œil n'eſt pas capable d'en iuger, & l'excellent Autheur qui nous fait imaginer l'eſtenduë de la lumiere par l'exemple d'vn baſton, lequel ébranle ce qu'il touche, au meſme moment qu'il eſt pouſſé, nous oſte les difficultez de l'eſtenduë, ou du mouuement inſtantaneé de la lumiere : de ſorte qu'il ne faut que lire ſa Dioptrique pour ſe deſabuſer de pluſieurs imaginations, qui font plus de tort aux ſciences qu'elles ne les aident ; & ſi l'on a la moindre difficulté du monde à comprendre ce qu'il enſeigne de la lumiere, qui ſe fait par vn mouuement droict, & des couleurs par vn mouuement circulaire, il donnera ſatisfaction à ceux qui l'en prieront. Car il n'y a point de doute qu'il n'a pas pris la peine de reduire ces matieres & pluſieurs

autres, sous les loix de la Geometrie, qu'il ne soit prest d'en expliquer les difficultez aux honnestes gens, qui s'en voudront instruire. Or ie reuiens aux pensees de Galilee.

ARTICLE VI.

Le moyen de diuiser telle ligne qu'on voudra, en tant de parties que l'on desirera, & mesme en vne infinité de parties.

AYANT pris telle ligne droicte qu'on voudra, il s'imagine qu'on en face vn quarré, vn hexagone, ou tel autre polygone que ce soit, par exemple, de cent mille costez : il est certain que la ligne sera diuisee en autant de parties, & que si l'on fait roûler lesdits polygones sur quelqu'autre ligne, ils la diuiseront en autant de parties comme ils ont de costez : & parce que le cercle est vn Polygone de costez infinis, lors qu'il roule sur vne ligne, ou qu'il s'y applique, il la diuise en vne infinité de parties : de sorte que l'on ne peut ployer vne ligne droicte en

rond sans la diuiser en toutes ses parties.

Or il s'imagine pouuoir franchir plusieurs difficultez par l'infinité de ces indiuisibles, qu'on ne peut resoudre autrement; par exemple, la rarefaction & la condensation, dont nous parlerons en l'Article qui suit : neantmoins les plus habiles ne reconnoissent nuls poincts distincts des parties de la ligne, & ne s'amusent pas à mille petites subtilitez qui ne seruent à rien.

ARTICLE VII.

Explication de la rarefaction & de la condensation par le moyen du cercle.

IL se sert encore des deux polygones & cercles concentriques, dont i'ay parlé dans le troisiesme Article, pour expliquer la rarefaction & la condensation, par laquelle il commence & dit, que lors que le moindre cercle roule tellement sur son plan, qu'il fait vne ligne esgale à sa circonference, à chaque tour qu'il fait, le grand en fait vne moindre que sa cir-

conference : c'eſt à dire, vne eſgale à la circonference du moindre : deſorte que le grand ſe meut, partie en auançant, & partie en reculant en arriere, à chaque moment qu'il ſe meut, en touchant, ce ſemble, pluſieurs fois vn meſme poinct de ſon plan, comme s'il vouloit entaſſer pluſieurs parties de ſa circonference dans vn meſme poinct : ce qui exprime la condenſatiõ, ſans qu'il ſoit beſoin de la penetration des corps. Au contraire, le moindre cercle eſtant meu par le plus grand, deſcrit vne ligne plus grande que ſa circonference, parce qu'il laiſſe autant de poincts vuides que de plains, & neantmoins il n'y a point de vuide, qui ait aucune quantité, de ſorte que la rarefaction eſt expliquee ſans admettre du vuide quantitatif. Certes il eſt difficile de ſatisfaire à l'imagination, lors qu'il eſt queſtion d'expliquer la rarefaction & la condenſation ; car ſi le moindre cercle ſaute touſiours vn poinct de ſa ligne ſans la toucher, il s'enſuit qu'elle n'eſt pas continuë, & partant qu'elle n'eſt pas ligne. Peut-eſtre que celuy qui l'explique par la plus grande viſteſſe du moque-

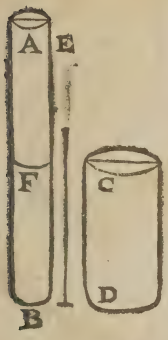
ment des petits corps qui ſe meuuent touſiours, a mieux reüſſi : de ſorte que la viſteſſe ſouueraine donne la plus grande rarefaction, comme la tardiueté ſouueraine donne la ſouueraine condenſation. Quoy qu'il en ſoit, il explique la rarefaction par les fueilles d'or, leſquelles eſtãt ſi minces, qu'elles volent en l'air, ne laiſſent pas de couurir des cylindres d'or d'vne eſtrange longueur: car les dix fueilles qu'on met ſur vn cylindre d'argent long de trois ou quatre pieds, & gros de deux ou trois poulces, couurent tout le cylindre d'argent, quoy que ſa ſurface croiſſe merueilleuſement, lors qu'on le tire tant de fois par la filiere, qu'il deuient auſſi delié qu'vn cheueu; mais pour connoiſtre combien la ſurface doree eſt plus grande dans ce cylindre reduit à vne longueur ſi prodigieuſe, il donne la maniere de treuuer la grandeur de cette ſurface, comme l'on void dans l'Article ſuiuant. Or l'eſpace compris par la ligne que fait le cercle dans l'air, en roulant, & par le plan eſgal à ſa circonference, ſur lequel il roule vn tour entier, eſt triple dudit cercle; dont ie donneray la demonſtration

stration qui m'a esté enuoyee par vn excellent Geometre, à ceux qui la desireront.

ARTICLE VIII.

De la proportion des surfaces des cylindres de differente hauteur.

I. Proposition.



LEs surfaces des cylindres égaux, sans comprendre leurs baſes, sont entre-elles en proportion sous-double de leurs longueurs, ce qu'il demonstre ainsi : Soient deux cylindres esgaux, dont les hauteurs soiét AB, & CD, & que la ligne E, soit moyenne proportionnelle entre ces deux hauteurs : ie dis que la surface du cylindre AB, sans y comprendre sa baſe, est à la surface du cylindre CD, la baſe ostee, comme la ligne AB, à la ligne E, qui di-

uiſe la raiſon d'A B, à C D, en deux raiſons eſgales : c'eſt pourquoy la raiſon de A B à E, eſt ſous doublee de la raiſon de A B, à C D. Soit coupé le cylindre A B, au poinct F, & que la hauteur F A, ſoit égale à C D. Et parce que les baſes des cylindres égaux ſont en raiſon permutee de leurs hauteurs, le cercle qui ſert de baſe au cylindre C D, ſera au cercle, qui ſert de baſe au cylindre A B, comme la hauteur B A, à D C : & parce que les cercles ſont entre-eux comme les quarrez de leurs diametres : leſdits quarrez ſeront en meſme raiſon que B A, à C D. Or comme B A à C D, ainſi le quarré B A, au quarré de E : de ſorte que l'on a quatre quarrez proportionnels ; & partant leurs coſtez ſeront encore proportionels. Et comme la ligne A B à E, ainſi le diametre du cercle C, au diametre du cercle A, mais les circõferences ſont cõme les diametres. & comme les circonferences, ainſi les ſurfaces des cylindrés d'eſgale hauteur : donc, comme la ligne A B à E, ainſi la ſurface du cylindre C D, à celle du cylindre A F. Donc, puiſque la hauteur A F, eſt à A B, comme la ſurface A F, à celle

de AB, & comme la hauteur AB à la ligne E, ainsi la surface CD, à celle de AF, sera, en renuersant, comme la hauteur AF à E, ainsi la surface CD, à celle de AB, &, par conuersion, comme la surface du cylindre AB, à celle du cylindre CD, ainsi la ligne E à AF, c'est à dire à CD, ou AB à E, qui est en raison sous double, de AB, à CD, ce qu'il falloit prouuer.

Or ie veux expliquer cecy par exemples, afin que chacun l'entende mieux, si vn cylindre auoit neuf pieds de longueur & l'autre quatre, & qu'ils fussent esgaux, la surface du premier estant de neuf pieds, ou neuf autres mesures telles qu'on voudra, la surface du deuxiesme sera de six pieds, parce que la raison de neuf à six est sous-double de la raison de neuf à quatre: de sorte que pour auoir la proportion des surfaces de toutes sortes de cylindres esgaux, quelques differences de hauteurs qu'ils puissent auoir, il faut seulement trouuer vne ligne moyenne proportionnelle entre la ligne qui donne la hauteur du premier, & celle qui donne la hauteur du second,

comme est la ligne de six pieds entre celle de neuf & quatre : car ladite moyenne proportionnelle donnera tousiours la moindre surface.

Mais l'on doit remarquer vn autre rapport entre les bases des cylindres égaux, & leurs hauteurs, qui consiste en ce qu'elles ont le mesme rapport entr'elles, pris à rebours, que la mesme hauteur ; par exemple, les deux precedentes hauteurs estant de neuf à quatre, comme le plus haut surpasse le plus bas de cinq parties sur quatre ; de mesme la base du plus haut est surmontee par la base du moins haut, de cinq parties sur quatre. D'où il est aisé de conclure combien le fil d'or de la grosseur d'vn cheueu, tiré par la filiere, a plus de surface, que lors qu'il est en forme d'vn cylindre de la hauteur d'vne brasse, & de la grosseur de deux ou trois doigts : par exemple, si le fil estant tiré se treuue de vingt mille brasses, au lieu de son cylindre de demie brasse de long, la surface sera deux cens fois plus grande que deuant : de sorte que le cylindre estant doré de dix fueilles d'or l'vne sur l'autre, il se treuue qu'il ne reste pas

la vingtieſme partie de l'eſpaiſſeur d'vne fueille d'or pour dorer le fil tiré comme i'ay dit : ce qui ne ſe peut faire ſans vne eſtrange eſtenduë des parties de l'or, qui monſtre auſſi bien que la compoſition des corps eſt faite d'indiuiſibles, comme ce qui a eſté dit des cercles.

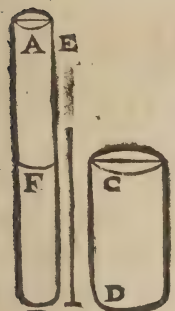
EXPERIENCE.

I'Ay experimenté chez les tireurs de fil d'or & d'argent, qu'vne liure d'argent ſe tire quaſi trois mille deux cens toiſes de long, pour faire du fil au petit meſtier, & par conſequent que la barre ou le cylindre de huict liures dont on vſe ordinairement, (qui a trois pieds de hauteur ou enuirõ, & vn pouce pour le diametre de ſa baſe) peut eſtre tiré & reduit en vn fil de vingt-cinq mille ſix cens toiſes de long : & partant la ſurface de ce fil ſi delié contient vn peu plus de deux cens vingt-ſix fois la ſurface du cylindre de trois pieds de haut : car deux cens vingt ſix eſt vn peu moindre que le milieu proportionnel entre 3. & 51200. c'eſt à dire, entre la hauteur deſdits cylindres : par

où l'on doit conclure, que si la base du cylindre de trois pieds a vn poulce, celle du cylindre ou fil de 25600. pieds de lõg n'a que $\frac{1}{25600}$. de poulce : de sorte qu'il faudroit plus de vingt-cinq mille bases de ce fil pour remplir l'espace d'vn pouce. L'on peut tirer mille autres conclusions de ce principe, par exemple, que si l'on veut faire vn cylindre ou baston, deux fois aussi long qu'vn autre de mesme matiere, la surface du plus long sera à celle du plus court, comme la diagonale du quarré à son costé : si on le fait quatre ou huict fois plus long, la surface du plus long sera deux ou quatre fois plus grande, &c. Or apres la speculation des cylindres esgaux, qui ont leurs surfaces inesgales, voyez comme il trouue la proportion que gardent les cylindres de differentes hauteurs, dont les surfaces sont esgales.

II. Proposition.

Les cylindres droicts, dont les surfaces sont esgales, ont mesme raison entr'eux, prise à rebours, que leurs hauteurs : où il faut tousiours supposer, que leurs bases ne sont point icy considerees.



Cette proposition sera aisee à entendre par les figures des deux mesmes cylindres: dont le plus haut soit FB, & le moins haut CD, dont ie suppose que les surfaces sont esgales ; ie dis que le cylindre CD, est au cylindre FB, comme la hauteur FB, à la hauteur CD. Donc puisque la surface FB, est esgale à la surface CD, le cylindre FB, sera moindre que le cylindre CD, car s'il estoit égal ou plus grand, sa surface seroit plus grande, comme il s'ensuit de la proposition precedente.

Poſons maintenant, que le cylindre AF B, ſoit égale au cylindre C D, donc la ſurface du cylindre A B, ſera à celle du cylindre C D, comme la hauteur AB, à la moyenne proportionnelle entre AB, & CD. Or la ſurface CD, eſt eſgale à celle de F B, & la ſurface A B, à meſme proportion a celle de F B, que la hauteur A B, à la hauteur F B, donc FB, eſt moyenne proportionelle entre AB, & CD.

De plus, le cylindre AB, eſtant eſgal au cylindre CD, ils ont tous deux meſme proportion auec le cylindre F B. Or AB, à FB, eſt comme la hauteur AB, à la hauteur F B, dont le cylindre CD, a meſme proportion au cylindre F B, que la ligne AB, à la ligne FB, ou que la ligne F B, a la ligne CD.

D'où l'on tire beaucoup de corollaires, qui vont contre le ſens commun : par exemple, que d'vn meſme morceau de toile l'on peut faire deux ſacs, dont l'vn contiendra beaucoup plus que l'autre : ce que l'on entendra tres-aiſément, ſi l'on ſuppoſe qu'vn pied cube de bled contienne vn boiſſeau, & que les ſacs

soient quarrez, au lieu d'estre ronds, comme ils sont pour l'ordinaire, car l'vn reuient à l'autre. Ie dis donc que si le sac a quatre pieds quarrez pour sa base, ou son fond, & quatre pieds pour sa hauteur, sa surface sera égale au sac, dont la base ou le fond sera d'vn pied quarré, & sa hauteur de huict pieds, $\frac{3}{4}$ & ou neuf pouces : & par consequent, que chaque sac peut estre fait de la mesme piece de toille. Or il est éuident que le premier sac contient seize boisseaux de bled, puisque les prismes, ou parallelepipedes se mesurent, aussi bien que les cylindres, en multipliant leurs bases par leurs hauteurs ; la hauteur du premier sac a 4. pieds, & son fond quatre pieds : donc il contient seize pieds cubes, & n'a que trente-six pieds en sa surface, à sçauoir quatre pour sa base, & ~~seize~~ huict pour chacun de ses costez ; la hauteur du second sac a huict pieds, $\frac{3}{4}$ lesquels multipliez par son fond d'vn pied, donne seulement 8. $\frac{3}{4}$ boisseaux de bled, quoy que la surface ait aussi trente-six pieds de toille : car ses quatre costez ayant chacun huict pieds & $\frac{3}{4}$ ils font trente-cinq pieds, lesquels estans

ajoustez au pied, qui fait le fond, l'on a trente-six pieds.

Ie laisse mille autres exemples que l'on peut former sur le precedent, afin d'aduertir que la mesme chose arriue aux murailles des villes, qui contiennent souuent vn plus grand espace, encore qu'elles n'ayent pas vn si grand circuit : par exemple, si la muraille d'vne ville quarree en tout sens, auoit l'vn de ses quatre costez de cent toises, son tour ne seroit que de quatre cens toises, & neantmoins elle contiendroit dix mille toises. Or la ville qui auroit sa muraille esgale en circuit, de sorte qu'elle eust la figure d'vn rectangle, dont les deux moindres costez n'eussent que dix toises chacun, & les deux plus grands chacun 190. toises, ne contiendroit que 1900. toises d'espace, & pour contenir dix mille toises, ses petits costez demeurans de dix toises chacun, il faudroit que chaque autre costé eust $\frac{10000}{1900}$ toises de long.

Galilee donne l'exemple de douze brasses pour la hauteur d'vn sac, & de six pour sa base, & dit qu'il contient deux fois dauantage, lors que l'on met les douze bras-

ſes pour le fond ou la groſſeur du ſac, & ſix braſſes pour ſa hauteur.

ARTICLE IX.

Que le cercle eſt moyen proportionnel entre ſon polygone circonſcrit, & le polygone ſemblable qui luy eſt iſoperimetre.

L'On auoit deſia demonſtré que la moyenne proportionnelle entre le coſté du quarré circonſcrit, & le quart de la circonference, eſt le coſté du quarré eſgal au cercle : que le quarré de la moyenne proportionnelle entre le rayon & la demie circonference, luy eſt auſſi eſgal ; que le quarré du diametre, eſt au cercle, comme le diametre à la quatrieſme partie de la circonference : que tout polygone inſcrit au cercle, a meſme raiſon au cercle qu'à la quatrieſme partie du circuit de ſon polygone inferieur, lequel a la moitié moins de coſtez, & d'angles, à la quatrieſme partie de la circonference du meſme cercle : que le quarré du diametre a meſme proportion au cer-

cle, que son circuit à la circonference; que le circuit d'vn triangle equilateral inscrit, a mesme proportion à la circonference de son cercle, qu'a le double du contenu du triangle au contenu dudit cercle: que le circuit de tout polygone a mesme raison à la circonference du cercle, qu'a le contenu de son superieur au contenu du cercle: par exemple, le circuit du triangle est à la circonference, comme l'exagone au cercle: que deux diametres ont mesme proportion à la circonference que le quarré inscrit au cercle, & plusieurs autres choses, qui enseignent de nouuelles proprietez du cercle: mais il ne me souuient point d'auoir leu autre part, que dans Galilee, que le cercle soit moyen proportionnel entre deux polygones semblables, tels qu'on voudra, don l'vn luy soit circonscrit, & l'autre luy soit isoperimettre: ou que le polygone circonscrit est au cercle, comme le circuit dudit polygone est à la circonferẽce du cercle, ou bien au circuit du polygone qui luy est isoperimetre, ce qui reuient à vne mesme chose: car comme le cercle est égal au triãgle rectãgle, dõt l'vn

des costez est le rayon, & l'autre la circonference, ainsi le triangle rectangle fait par le mesme rayon, & par le circuit du polygone, est égal audit polygone : or le polygone circonscrit est a l'isoperimetre susdit en raison doublee de la raison de leurs circonferences, & par consequent le cercle est le moyen proportionnel entre ces deux polygones.

Il demonstre en suitte que les polygones circonscrits sont d'autant plus grãds qu'ils ont moins de costez (comme les inscrits au contraire sont d autant plus grands, qu'ils ont plus de costez) d'où il s'ensuit que le polygone isoperimetre au cercle est d'autant plus grand qu'il a plus de costez : de sorte que le cercle a tousiours vne proportion d'autant plus grande auec le polygone circonscrit, & l'isoperimetre, qu ils ont moins de costez. Or le triangle est celuy qui a le moindre nombre de costez : mais l'on ne peut donner l'isoperimetre qui a le plus de costez : car entre le cercle & tel polygone qu'on voudra : par exemple, entre celuy de cent millions de costez, & ledit cercle, il y en a encore vne infi-

nité, dont chacun est moindre que le cercle.

ARTICLE X.

Que les raisons, dont vse Aristote pour prouuer le vuide, ne sont pas bonnes: où il est encore parlé de la rarefaction & de la condensation.

GALILEE se remet encore à considerer la rarefaction & la condensation, pour parler apres du vuide, & dit que si ce sont deux mouuements opposez, la condensation doit tousiours estre grande comme la rarefaction, & au contraire: la poudre à canon nous monstre la viteſſe de la rarefaction, lors qu'elle s'estend dans vn espace si grand tout enflammé, dont la lumiere remplit vn espace immense, aussi bien que celuy de l'esclair. Or si cette lumiere & ce feu se condensoient dans vn fort petit lieu, il se feroit vne estrange condensation; mais nous ne voyons point que la fumee & la flamme, qui sortent du bois, se recondensent,

& se reüniſſent pour faire du bois, non plus que les odeurs qui monſtrent la rarefaction des fleurs & autres ſenteurs, ne ſe ramaſſent point pour refaire vne fleur: & neantmoins la raiſon nous apprend que cette condenſation ſe peut faire. Or apres auoir auoüé que la penetration n'eſt pas poſſible par les forces de la nature, ſuiuant la Philoſophie d'Ariſtote, il examine ſes raiſons touchant le vuide; leſquelles ſont fondees ſur deux ſuppoſitions, dont la premiere eſt, que de deux corps peſans de differente peſanteur, celuy qui eſt le plus peſant deſcend dautant plus viſte par vn meſme milieu, comme eſt l'air, qu'il eſt plus peſant: de ſorte que s'il peſe dix fois dauantage, il doit deſcendre dix fois plus viſte: & la ſeconde eſt, que lors que les milieux ſont differens, comme eſt l'air & l'eau, les corps qui deſcendent dans l'vn & l'autre, gardent entr'eux la proportion contraire de l'eſpaiſſeur, & de la groſſiereté des milieux: de ſorte que ſi l'eau eſt dix fois plus groſſiere que l'air, le corps peſant deſcendra dans l'air dix fois plus viſte que celuy qui deſcendra dans l'eau. D'où

*A regard de leur viſteſſe

Aristote conclud qu'il ne peut se faire de mouuement dans le vuide, à cause que la subtilité du vuide surpasse infiniment celle de tel milieu qu'on voudra, tant subtil qu'il puisse estre : de maniere qu'il seroit necessaire que le mouuement se fist dans vn instant, dans le vuide, puisqu'il augmente sa vistesse à proportion de la subtilité du milieu, dans lequel il descend, ce qui est impossible.

Galilee repond à ces deux raisons des Peripateticiens, premierement qu'ils ne prouuent pas absolument qu'il n'y a point de vuide, mais seulement à l'esgard du mouuement : en second lieu, qu'il n'est pas vray que de deux boules, quoy que d'esgal volume, celle qui pese dix fois dauantage, descende dix fois plus viste, car sur la cheute de cent ou deux cens brasses, l'on ne peut y apperceuoir vn demy pied de difference, lors qu'on laisse tomber deux boules, l'vne de plomb, & l'autre de pierre, quoy que celle de pierre pese quatre fois moins. Et neantmoins si la raison d'Aristote estoit vraye, lors qu'vne boule de bois dix fois plus legere que le plomb, auroit fait dix

brasses

braſſes en deſcendant, le plomb en auroit fait cent: Ioint que ſi l'on prend deux boules de meſme matiere, par exemple, de plomb, lors que l'vne peſe cent fois plus que l'autre, la plus peſante ne deſcendra pas ſur deux cens braſſes de haut, plus viſte d'vn demy pied; mais il pourſuit cette matiere dans l'Article qui ſuit.

ARTICLE XI.

Pourquoy les corps plus peſants de meſme matiere, ne tombent pas plus viſte que les plus legers, vers le centre de la terre.

IL ſuppoſe premierement que chaque corps deſcend d'vne viſteſſe determinee, vers le centre de la terre: laquelle n'peut s'augmenter, ou ſe diminuer ſans quelque violence ou empeſchement de maniere que ſi l'on joint vn autre corps, dont la nature ſoit de deſcendre plus ou moins viſte; il haſtera ou retardera le mouuement du premier poids, par lequel la cheute ſera ſemblablement ha-

ttee ou retardee: de ſorte que ſi vne groſſe pierre deſcend, par exemple, auec dix degrez de viſteſſe, & vne moindre pierre ſeulement auec quatre degrez de viſteſſe, ſi on les ioint enſemble, elles ſe mouueront auec moins de huict degrez de viſteſſe. Or ces deux pierres iointes enſemble font vne plus groſſe pierre, que la premiere, qui deſcend auec dix degrez de viſteſſe, donc la plus groſſe pierre deſcendra moins viſte que la plus petite, ce qui eſt contre la ſuppoſition; de ſorte que de la poſition d'Ariſtote, à ſçauoir que le plus grand fardeau ſe meut plus viſte, l'on conclud qu'il ſe meut moins viſte.

Or l'erreur conſiſte en ce qu'on ſuppoſe que la moindre pierre augmente la peſanteur de la plus grãde, à l'égard de la cheute, comme elle l'augmente dans les balances, eſquelles vn ſeul filet de laine fait perdre l'equilibre, au lieu qu'en deſcendant, le filet de laine n'augmente pas la viſteſſe de la pierre, à laquelle il eſt lié, au contraire il retarderoit pluſtoſt ſa deſcente.

Et ſi le poids ajouſté eſt de meſme ma-

tiere, cõme lors qu'on ajouſte du plomb à du plomb, ce nouueau corps ne haſte nullement le premier, ſemblable à vn piquier qui tiendroit ſa pique ſur le corps d'vn homme, qui fuit auſſi viſte comme il le pourſuit: ce qu'on pourroit dire d'vn boulet de canon, qui ne pourroit bleſſer celuy contre qui on le tireroit, pourueu qu'au meſme moment qu'il en ſeroit touché, il allaſt auſſi viſte que ledit boulet.

Or ſi l'on met le plus grand poids ſur le moindre, ſi le moindre ſe meut plus lentement que le grand, il retardera ſon mouuement: de ſorte qu'en quelque maniere qu'on prenne deux corps peſans, ils ne s'aident point l'vn l'autre pour deſcendre plus viſte, eſtants tous deux joints enſemble, que lors qu'ils ſont ſeparez, car le plus gros deſcendra tout ſeul plus viſte, que s'il eſtoit ioint au moindre, qui deſcend plus lentement. L'Article qui ſuit, monſtre ce qu'il faut tenir de la deſcente des corps de differente matiere dans vn meſme milieu, ou dans des milieux differents.

ARTICLE XII.

Pourquoy les corps pesans de differente matiere, & de differentes pesanteurs, ne gardent pas la mesme proportion entre la vistesse de leurs cheutes, qu'entre leurs pesanteurs.

APRES auoir monstré que du raisonnement d'Aristote (qui dit que les corps pesans doiuent descendre plus ou moins viste dans des milieux differens, suiuant la proportion desdits milieux) il s'ensuiuroit que le bois qui nage sur l'eau, & qui remonte estant enfoncé dedans, descendroit dans l'eau d'vne vistesse de deux degrez, lors que le mesme bois descend d'vne vistesse de vingt degrez dans l'air, il remarque que deux corps peuuent auoir vne telle proportion entre leurs pesanteurs, que l'vn descendra vingt fois plus viste que l'autre dans l'eau, bien que dans l'air l'vn ne descende pas seulement d'vne centiesme partie plus viste que l'autre : par exemple, vn

œuf de marbre descendra cent fois plus viſte dans l'eau qu'vn œuf de poulle; & neantmoins celuy de marbre ne le deuancera pas dans l'air de quatre doigts ſur vingt braſſes de deſcente. Et finalement l'œuf de poulle, qui employe trois heures à deſcendre deux braſſes d'eau, les deſcendra durant vn ou deux battemens de l'artere dans l'air: de ſorte que Ariſtote ne prouue rien contre le vuide; & quand ces raiſons ſeroient conſiderables, elles ne feroient rien que contre les grands eſpaces vuides, que nous n'admettons pas, mais non contre les petits vuides, meſlez parmy tous les corps.

Or auant que de donner la proportion de la viſteſſe des corps qui deſcendent, ſoit dans l'air ou dans l'eau, il remarque qu'il eſt difficile d'ajuſter tellement vne boule de cire, qu'elle ſe tienne en tel lieu de l'eau qu'on voudra, comme font les poiſſons, qui par le moyen de leurs veſſies, (auſquelles il y a vn petit conduit attaché, qui va iuſques à leur bouche) ſe mettent en equilibre auec l'eau, ou ſe rendent plus peſans, ce qui leur ſert pour

se tenir en tel lieu de l'eau qu'ils veulent, soit touble, claire, douce, ou salee : ce qu'on peut imiter en mettant de l'eau salee dans vn vase, & de l'eau douce par dessus, car la cire qui descendra dans l'eau douce, demeurera sur l'eau salee.

Et mesme il remarque que la boule de cire ou d'autre matiere, peut tellement estre en equilibre auec l'eau douce, qu'elle descendra, si l'on verse vne goutte d'eau chaude dedans, & qu'elle montera si l'on verse vne goutte d'eau froide dans la chaude, ou bien vn ou deux grains de sel : par où il veut prouuer que l'eau n'a point de difficulté à ceder & à se fendre, contre ceux qui disent qu'elle a vne certaine viscosité, & resistance. La boule qui sera en equilibre auec l'eau, peut seruir aux Medecins, pour remarquer les eaux qui sont plus pesantes ou plus legeres.

Les gouttes d'eau qui se trouuent gonflees en rond sur les fueilles des herbes, semble prouuer que l'eau a quelque viscosité, qui l'empesche de couler ; à quoy il respond, que cét empeschement ne

vient pas des parties internes de l'eau, mais d'vne certaine contrarieté & inimitié que l'air a contre l'eau ; ce qu'il preuue par ce que le vin qui eſt plus eſpais que l'air, ne reſiſte pas à l'eau, puiſque les deux goulets de deux bouteilles pleines l'vne de vin & l'autre d'eau, eſtant mis l'vn ſur l'autre, ſi l'eau eſt deſſus & le vin deſſous, le vin monte, & remplit la bouteille d'enhaut, & l'eau deſcend & remplit la bouteille d'enbas, l'vne de ces liqueurs paſſant à trauers de l'autre : de ſorte que le vin, lequel eſt preſque auſſi peſant que l'eau, fait place à l'eau, & entre dedans ; au lieu que l'air, qui eſt ſi leger à l'eſgard de l'eau, ne peut monter dans la bouteille pleine d'eau, encore que ſon goulet ſoit renuerſé, de maniere que l'eau aime mieux ſe tenir ſuſpenduë, que de deſcendre en la preſence de l'air.

Finalement apres auoir conſideré les grands empeſchemens des differents milieux, dans leſquels les corps peſans deſcendent : par exemple, qu'il n'y a que le ſeul or, qui deſcende dans le vif argent, & que le plomb & les autres metaux na-

gent dedans, & estant enfoncez reuiennent dessus, quoy que dans l'air ils descendent presque aussi viste que l'or, il conclud que tous les corps descendroient aussi viste les vns que les autres, s'ils n'estoient empeschez par aucun milieu ; comme il arriueroit s'ils descendoient dans le vuide, dans lequel la moüelle de sureau descendroit aussi viste que le plomb ; ce qu'il prouue dans l'Article qui suit.

ARTICLE XIII.

Que toutes sortes de corps pesans descendroient d'vne esgale vistesse dans le vuide.

PVISQVE l'experience enseigne que de deux mobiles, dont l'vn est forr leger, comme est la moüelle de sureau, & l'autre fort pesant, comme l'or, ou le plomb, le plus leger descend presque aussi viste les deux premiers pieds, comme fait le plus pesant ; & qu'incontinent apres, le plus pesant precede de beau-

coup le plus leger ; de sorte qu'au lieu qu'il ne le precedoit, par exemple, que de la dixiesme partie d'vne toise, à la premiere toise de sa cheute, sur 12. toises, il le precede de la troisiesme partie, & sur cent, de neuf parties : il est euident que cét empeschement vient du seul milieu, lequel est si pesant, ou si espais, & si fort à l'esgard d'vn mobile tres-leger, qu'il l'empesche incontinent de continuer sa visteſſe, laquelle il augmenteroit tousiours, puis qu'il a tousiours sa mesme pesanteur, qui augmenteroit tousiours la visteſſe de sa cheute, comme il l'augmente fort long-temps au plomb, duquel la visteſſe croist tousiours par degrez esgaux dans toutes les hauteurs, dont nous pouuons faire l'experience ; mais en fin, lors que l'air ne peut plus ceder assez viste à la tres-grande visteſſe qu'il acquiert peu à peu : il se tient dans vn poinct d'esgalité, qu'il conserue tousiours par aprez : au lieu que dans le vuide, il augmenteroit tousiours sa visteſſe de mesme façon, en acquerant tousiours deux degrez de visteſſe à chaque moment.

Mais le corps leger, comme eſt vne veſſie enflee, treuue incontinent tant de reſiſtance dans l'air, qu'elle n'augmente plus ſa viſteſſe : de ſorte qu'elle receuroit vne grande commodité, ſi l'air eſtoit oſté, au lieu que le plomb en receuroit fort peu de ſoulagement : d'où il conclud que toute ſorte de corps, pour peu peſant qu'il fuſt, deſcendroit d'vne eſgale viſteſſe dans le vuide ; faiſant, par exemple, vne toiſe au premier moment, trois au deuxieſme, cinq au troiſieſme, & ainſi des autres, ſuiuant les nombres impairs : cela poſé, il explique le moyen de connoiſtre de combien chaque corps doit deſcendre plus ou moins viſte dans l'air, comme l'on void dans l'Article qui ſuit.

ARTICLE XIV.

Comme l'on peut connoiſtre de combien chaque corps doit deſcendre plus ou moins viſte l'vn que l'autre, ſoit dans l'air ou dans l'eau.

IL eſt certain que c'eſt la peſanteur, ou la reſiſtance du milieu, qui nuit à la viſteſſe de la cheute des corps qui deſcendent, & que ledit milieu oſte autant de la peſanteur du mobile, comme le dit milieu, de meſme volume que le mobile, eſt peſant; par exemple, ſi le plomb peſe dix mille fois dauantage que l'air, & que l'ebene peſe ſeulement mille fois dauantage, au lieu que la viſteſſe de ces deux corps abſoluëment conſideree ſeroit eſgale; de dix mille degrez de viſteſſe qu'ils auroient dans le vuide, l'air oſte vn degré au plomb, & dix à l'ébene: c'eſt pourquoy lors que ces deux corps deſcendront de telle hauteur qu'on voudra, dont ils deſcendroient eſgalement viſte, ſi l'air n'empeſchoit point, il arriuera que

le plomb perdra vn degré de sa vistesse, dans la cheute de dix mille pieds, & que l'ebene perdra dix degrez; de sorte que le plomb la deuancera d'enuiron quatre doigts, lors que ces deux corps tomberont de la hauteur de deux cents brasses.

Et si la vessie pese seulement quatre fois dauantage que l'air, l'air luy ostera le quart de sa vistesse, & par consequent lors que l'ebene sera tombee du haut d'vne tour, la vessie n'aura descendu que les trois quarts de ladite tour.

Quant à l'eau, laquelle est douze fois plus legere que le plomb, & deux fois plus legere que l'yuoire, elle oste la douziesme partie de la vistesse au plomb, & la moitié de la vistesse à l'yuoire : de sorte que quand le plomb aura fait vnze brasses d'eau, l'yuoire n'en aura fait que six.

L'on trouuera de la mesme maniere, les differentes vistesses d'vn mesme corps dans des milieux differens, pourueu que l'on ne considere pas les diuerses resistances des milieux, mais combien les mobiles sont plus pesans que lesdits mi-

lieux: par exemple, l'eſtain eſt mille fois plus peſant que l'air, & dix fois plus peſant que l'eau : de ſorte que ſi l'on diuiſe la viſteſſe abſoluë de l'eſtain en mille degrez, il tombera dans l'air d'vne viſteſſe de neuf cens nonante-neuf degrez, parce que l'air luy oſte vn degré : & dans l'eau d'vne viſteſſe de neuf cens degrez, parce qu'elle luy oſte la dixieſme partie de ſa viſteſſe.

De rechef, ſi l'on prend vne boule de bois qui ſurmonte fort peu la peſanteur de l'eau, comme ſont pluſieurs eſpeces de bois, & que, par exemple, le bois peſe mille dragmes, & l'eau de meſme volume neuf cens cinquante, & qu'vn eſgal volume d'air ne peſe que deux dragmes : ſuppoſé que la viſteſſe abſoluë de la boule de bois ſoit de mille degrez, elle n'aura plus que neuf cens nonante-huict degrez dans l'air, & dans l'eau elle n'aura que cinquante degrez, puiſque l'eau luy en oſte neuf cens cinquante : de ſorte qu'vn tel bois deſcendta quaſi vingt fois plus viſte dans l'air, que dans l'eau, parce que la peſanteur dont il ſurpaſſe celle de l'eau, eſt la vingtieſme partie de

sa propre pesanteur.

D'où il conclud qu'on peut trouuer la proportion de la vistesse des corps dans l'air & dans l'eau, sans vn notable erreur, en suppossant que l'air ne leur oste quasi rien de leur vistesse, & de leur pesanteur: de sorte qu'ayant trouué de combien ils pesent plus que l'eau, l'on peut dire que leur vistesse dans l'air est à celle qu'ils ont dans l'eau, comme est leur pesanteur totale & absoluë, à la pësanteur, par laquelle ils surpassent celle de l'eau : par exemple, si vne boule d'yuoire peze vingt onces, & que l'eau d'esgal volume pese dix-sept onces, la vistesse de l'yuoire dans l'air sera quasi à sa vistesse dans l'eau, comme vingt à trois : parce que l'yuoire ne surpasse la pesanteur de l'eau, que de trois parties. I'ay quelque objection à faire contre tout ce discours : mais ie la reserue apres l'Article qui suit.

REMARQVE.

IL y en a qui tiennent encore auec Aristote dans l'onziesme Chapitre du quatriesme de la Physique, Que si l'espace

d'icy au centre de la terre estoit vuide, & sans aucun empeschement, chaque corps pesant descendroit dans vn moment, c'est à dire aussi viste, comme va la lumiere; & que dans le vuide tout missile, pour peu de mouuement qu'on luy donnast, iroit d'vne esgale vistesse, & dans vn moment: quoy que le sens commun semble dicter que les missiles iront d'autant plus viste qu'ils seront iettez auec plus de violence. suppose neantmoins qu'ils se meuuent dans le vuide, dans lequel plusieurs autres maintiennent qu'il ne se feroit nul mouuement.

ARTICLE XV.

Deux manieres, pour trouuer de combien l'air est plus leger que l'eau, ou les autres corps.

SI l'air estoit absolument leger, plus on en mettroit dans vn ballon, & moins il seroit pesant, ce qui est contre l'experience : n'importe que nostre air ne soit autre chose que des vapeurs de

l'eau & de la terre, ou qu'il ſoit telle autre choſe que l'on voudra, pourueu que nous trouuions ſa peſanteur, ſoit à l'eſgard de l'eau, ou des autres corps, dont la peſanteur nous eſt cogneuë. La premiere maniere, qui ſert pour ce ſujet, depend d'vne bouteille de verre, ou d'autre matiere, laquelle ait tellement le goulet & le col diſpoſé, que l'on y puiſſe mettre vn tampon, de telle ſorte qu'il ait vne languette ou ſoupape au haut, afin de pouſſer dedans la plus grande quantité d'air que l'on pourra, ſans qu'il en puiſſe ſortir : & ayant peſé la bouteille deuant, & apres, l'on verra combien l'air nouueau peſera, lequel on y a pouſſé, & renfermé en le condenſant : car ſi au lieu que la bouteille peſoit vne liure, elle peſe vne liure & vn quart d'once, il s'enſuit que l'on y a pouſſé la peſanteur d'vn quart d'once d'air. Mais parce qu'on ne peut ſçauoir la quantité d'air que l'on y a mis, il faut ioindre le goulet d'vne autre bouteille au goulet de la premiere, de telle ſorte que l'air n'y ait point de communication ; & puis ayant remply d'eau cette ſeconde bouteille, au fond de laquelle il

faut faire vn petit trou, par lequel on pousse vn fil de fer, pour ouurir la languette de la premiere bouteille, afin que l'air enfermé par force, vienne à sortir & à pousser autant d'eau de dehors la seconde bouteille, comme il est gros: de sorte que recueillant l'eau qui en sortira, sa quantité monstrera celle de l'air enfermé & condensé, qui pesoit vn quart d'once.

Il est encore plus aysé de faire la mesme chose, ayant vne seule bouteile, laquelle il faut boucher comme l'autre, & y laisser aussi vne languette; & apres l'auoir pesee bien iustement, il y faut pousser, & faire entrer autant d'eau qu'on pourra, sans qu'il sorte rien de l'air qui est dedans: ce qu'il faut faire auec vne seringue: or la bouteille peut ayſement receuoir assez d'eau pour remplir ses trois quarts, de sorte que les quatre parties de l'air, c'est à dire, tout l'air qui rempliſſoit la bouteille, se retirera sur l'eau, & se condẽsera tellement, qu'il sera contenu dans le quart de la bouteille. Or l'eau ayãt esté mesuree & pesee, aussi bien que la bouteille, la pesanteur qui restera appar-

tiendra à l'air · par exemple, s'il y a trois liures d eau, & que la bouteille peſe vne liure, auant que de retirer cette eau, il faudra quatre liures pour la mettre en equilibre; & ce qu'il faudra dauantage pour retrouuer l'equilibre apres y auoir mis l'eau, ſera la peſanteur de l'air. Mais il eſt bon de remarquer que la bouteille doit eſtre la plus legere, & neantmoins la plus groſſe que l'on puiſſe ttouuer, d'autant que ſi elle eſt fort peſante, les balances, dont il faudra vſer, ne perdront leur equililibre qu'auec vn poids bien grand; de ſorte que ſi elle peſoit vne liure, à peine quatre grains changeroient-ils l'equilibre; & ſi elle n'eſt fort groſſe, elle contiendra ſi peu d'air que ſa peſanteur ne ſera pas aſſez ſenſible, ce qui fait douter de la iuſteſſe des experiences de Galilee, qui ne dit point les grandeurs & les peſanteurs de ſes flacõs, ny la force & la iuſteſſe de ſes balances, ny meſme la grandeur & peſanteur de l'air qu'il a peſé, en vſant de grains de ſable pour ce ſuiet: il dit ſeulement qu'il a trouué par cette voye, que l'eau eſt prés de quatre cens fois plus peſante que l'air: au lieu que

par vn autre moyen qui depend de la proportion des cheutes, qu'ont les corps differents en pesanteur, dans l'air & dans l'eau, ie treuue qu'elle pese du moins mil sept cens fois dauantage que l'air, comme l'on peut voir dans la premiere obseruation mise à la fin des Liures de l'Harmonie.

EXPERIENCE CONTRE le discours de Galilee.

S'il est vray que les corps pesans perdent autant de leur viſteſſe en deſcendant, comme le milieu, par lequel ils deſcendent, diminuë, & oſte de leur peſanteur, & que l'air ſoit quatre cens fois plus leger que l'eau, comme il dit, & le plomb douze fois plus peſant que l'eau: il s'enſuit que le plomb eſt quatre mille huict cens fois plus peſant que l'air; & partant que le plomb ne va pas moins viſte dans l'air que dans le vuide ſinõ d'vne 4800 partie, & que dans l'eau il va moins viſte d'vne douzieſme partie, tant dans le vuide que dans l'air, parce que l'air luy oſte ſi peu de ſa peſanteur, & par conſe-

quent de sa vistesse, que cela peut estre negligé : donc le plomb ne doit descendre que douze pieds dans l'air, tandis qu'il en descend vnze dans l'eau, si son raisonnement & son principe est veritable. Or l'experience perpetuelle monstre qu'en mesme temps qu'il d'escend onze ou douze pieds dans l'eau, il en descend quarante-huict dans l'air. c'est à dire, que dans le temps de deux secondes minutes il ne descend que de douze pieds de hauteur dans l'eau, & de quarante huict dans l'air : donc il ne fait que le quart du chemin dans l'eau : d'où il s'ensuit qu'elle luy oste $\frac{3}{4}$ de la vistesse qu'il a dans le vuide ou dant l'air, au lieu qu'elle ne luy en deuroit oster qu'vne douziesme partie : & luy fait perdre trente-deux pieds, au lieu qu'elle ne luy deuroit faire perdre qu'vn pied. Et si l'on diuise le chemin du plomb dans l'air en quatre mille huict cens parties, ou degrez, il ne perd qu'vne partie de sa vistesse dans l'air, & trois mille six cens parties, c'est à dire, $\frac{3}{4}$ dans l'eau ; d'où il s'ensuiuroit que l'eau deuroit estre trois mille six cens fois aussi pesante que l'air, puis qu'elle oste trois

mille six cens parties au plomb, auquel l'air n'en oste qu'vne partie. Ce que ie n'ay pas voulu dissimuler, afin que nul ne se laisse preuenir, & que l'on examine plus exactement de combien chaque corps doit descendre plus ou moins viste dans chaque milieu : & si chacun a de particuliers empeschemens.

ARTICLE XVI.

Du moyen de peser l'air dans le vuide.

PLVSIEVRS s'imaginent que ces experiences sont inutiles, parce que l'air ne pese rien dans l'air, non plus que l'eau dans l'eau ; & par consequent qu'il faudroit peser l'air dans le vuide, pour en sçauoir la veritable pesanteur, cõme les quatre dragmes de sable qui contrepesent l'air, ont leur veritable pesanteur dans l'air : car le milieu oste autant de la pesanteur du corps qu'il contient, comme pese ledit milieu de mesme volume que le corps : & partant l'air osté toute

la pesanteur à l'air. Mais dans les experiences precedentes l'air est pesé dans le vuide, parce que l'air pousſé par force dans la bouteille, ne donne aucune impreſſion à l'air exterieur : car la bouteille ne se groſſit point pour cela. De sorte que l'air qui y est mis de nouueau, est pésé dans le vuide, parce qu'il remplit le vuide qui estoit semé dans l'air precedent non condensé, & partant c'est dans ces vuides qu'il est pesé ; neantmoins les grains de sable pesent moins qu'il ne faut, de la pesanteur de l'air de mesme volume pesé dans le vuide. D'où l'on infere que l'air de toute la bouteille contient du moins les trois quarts de vuide, puisque l'on y met de nouueau trois quarts d'air. D'où l'on peut conclure que l'air condensé de la bouteille pese iustement autant comme il peseroit dans le vuide, soit qu'il y fust dans son estenduë naturelle, ou y demeurant condensé. Ie laisſe plusieurs autres manieres de peser l'air, afin de reuenir aux cheutes des corps pesans.

ARTICLE XVII.

Consideration des mouuements que font les corps plus ou moins pesans, lors qu'on les attache à des chordes.

GALILEE n'a pas mal choisi les mouuemens des corps pesans attachez à des chordes, parce que lors qu'ils tombent du haut des tours, ils vont si viste, que l'on ne peut pas si bien remarquer en quel lieu ils se trouuent à chaque moment, & quelle proportion les plus & les moins pesans ont en leur visteſſe, comme l'on fait lors qu'ils sont attachez à des chordes.

Il est vray que les laissant cheoir sur vn plan incliné & panché sur l'Orison, ils vont plus lentement; mais le plan n'est iamais si parfait, qu'il ne diminuë la cheute qu'ils auroient dans l'air. C'est pourquoy il a vsé de chordes de quatre ou cinq brasses attachees en haut à vn cloud, dont l'vne soustenoit vne boule de plomb, & l'autre vne boule de liege,

du moins cent fois plus legere que celle de plomb. Il dit qu'ayant tiré ces deux boules hors de leurs lignes perpendiculaires, elles font plus de cent tours & retours ensemble, sans que l'vne precede l'autre d'vn seul moment; & bien que la grandeur des tours & retours de la boulle de liege se diminuë : chacun dure neantmoins tousiours autant que celuy de la boule de plomb; de sorte que le liege fait cinq degrez de son arc en mesme temps que le plomb en fait cinquante ou soixante du sien : de mesme si l'on esloigne seulement le plomb de cinq degrez & le liege de trente, ils font tous deux leurs arcs en mesme temps : & lors qu'ils font des arcs esgaux en mesme temps, leur mouuement est esgal.

EXPERIENCE.

SI l'Autheur eust esté plus exact en ses essais, il eust remarqué que la chorde est sensiblement plus long-temps à descendre depuis le haut de son quart de cercle iusques à sa perpendiculaire, que lors qu'on la tire seulement dix ou quin-

ze degrez, comme teſmoignent les deux bruits que font deux chordes eſgales, frappant contre vn ais mis au poinct de la perpendiculaire. Et s'il euſt ſeulement nombré iuſques à trente ou quarante retours de l'vne tirée vingt degrez ou moins, & de l'autre quatre-vingt ou nonante degrez, il euſt cogneu que la moins tiree fait vn retour dauantage ſur trente ou quarante retours: & ſi l'on pouuoit touſiours en faire aller vne à quatre-vingt degrez, tandis que celle de dix ou vingt degrez iroit ſe diminuant, celle-cy pourroit gaigner vn retour ſur dix ou douze retours. Voyez encore l'Article vingtieſme, où il eſt parlé plus amplemẽt de ces chordes. Il y a ſeulement cette difference, que le liege ne fait pas tant de tours, & treuue pluſtoſt ſon repos, à cauſe que l'air l'empeſche dauantage que le plomb. Mais nous parlerons encor du mouuement de ces poids attachez aux chordes dans le vingt-troiſieſme Article.

ARTICLE XVIII.

Des empeschemens que les diuerses grandeurs des surfaces, & des autres qualitez des corps pesans, apportent à la vistesse de leurs cheutes.

IL est certain que les inesgalitez des corps empeschent leur vistesse ; de là vient que les corps que l'on iette, qui tournent comme les toupies, ou qui descendent, ont coustume de siffler & de faire des bruits, ou des sons plus ou moins aigus selõ leur viteſſe, ce qui n'arriue pas aux corps polis ; mais la principale cause du retardement de la cheute des corps de mesme espece de pesanteur, par exẽple, des pierres, du plomb, &c. vient de la differente grandeur de leurs surfaces : car lors qu'elles sont plus grandes à l'esgard du solide qu'elles contiennent, elles retardent dauantage le mouuement : de sorte qu'elles peuuent tellement croistre, qu'elles l'empescheront tout à fait : par exemple, si nous prenons vn dé, ou cube

d'yuoire, ou de telle autre matiere qu'on voudra, dont chaque coſté ait vn ou deux pouces en quarré, ce dé ou ce cube n'aura que vingt-quatre pouces de ſurface.

Mais ſi on le diuiſe en huict petits cubes, le coſté de chacun aura vn pouce, & partant les huict auront quarante-huict pouces : de ſorte que chaque petit cube n'eſtant que $\frac{1}{8}$ du premier, ſa ſurface eſt $\frac{1}{4}$ de celle du premier, d'où il appert que la ſolidité perd deux fois autant que la ſurface.

Si l'on diuiſe encore chaque petit cube en huict autres moindres, chacun aura la ſoixieſme partie de la ſurface du premier, & n'aura que la ſoixante-quatrieſme partie de ſa ſolidité : de maniere que les deux premieres diuiſions diminuent quatre fois dauantage la ſolidité que la ſurface. Et ſi l'on continuoit les diuiſions iuſques à des cubes eſgaux aux grains de ſable, ou à de la pouſſiere, impalpables, la ſolidité ſe diminueroit mille fois dauantage que la ſurface, & meſme l'on pourroit dire que l'on n'auroit quaſi plus qu'vne ſurface ſans ſolidité.

D'où il eſt aiſé de conclure que l'empeſchement de la cheute eſt beaucoup plus grand és petits corps que dans les grands, ſoit ſemblables, comme ſont leſdits cubes, ou diſſemblables, comme lors qu'on les compare auec des globes. C'eſt pourquoy il eſt veritable de dire, que les petits corps ont de plus grandes ſurfaces que les grands : par exemple, que chaque cube de la ſeconde diuiſion precedente, a quatre fois plus de ſurface que le grand cube, qui eſt ſoixante quatre fois plus peſant, ce qui s'entend à l'égard de leurs ſoliditez, ou de leurs peſanteurs : & c'eſt ce qui fait que certains petits corps qui troublent l'eau, ſont quelquefois deux ou trois heures ou plus, à deſcendre iuſques au fond, encore que les grands corps de meſme matiere y deſcendent dans vn moment, comme l'on experimente à la poudre d'emery & d'eſtain, qui nagent ſur l'eau, & meſme aux fueilles d'or, que l'on peut quaſi prendre pour de ſimples ſurfaces, quoy qu'elles croiſſent encore dix fois dauantage en dorant le fil d'argent, comme il a eſté dit cy-deuant ; & peut eſtre que cette diminution

empeſcheroit qu'elles deſcendiſſent dãs l'air, ſi l'on pouuoit les ſeparer de leur fil: du moins l'on peut dire iuſques à quelle extenſion de ſurface chaque corps doit arriuer pour ne pouuoir plus deſcendre dans l'air, ſuppoſé que l'on ſçache ſa peſanteur : par exemple, s'il eſt cent fois plus leger que l'eau, vne fueille d'or de meſme peſanteur que l'ordinaire, mais ayant ſa ſurface cent fois plus grande, nageroit dans l'air, ſans y pouuoir deſcendre.

Galilee adiouſte vn Probleme Geometric en faueur des ſurfaces, à ſçauoir que les ſolides ſemblables ſont entr'eux, en proportion ſeſquialtere de leurs ſurfaces, ce qu'il prouue parce que ce qui eſt triple d'vne choſe, dont vne autre eſt double, vient à eſtre ſeſquialtere de cette choſe. Or les ſurfaces ſont en proportion double des lignes, deſquelles les ſolides ſont en raiſon triple, donc les ſolides ſont en raiſon ſeſquialtere des ſurfaces.

REMARQVE POVR l'intelligence des termes.

SVr quoy il faut remaquer que Galilee vse du mot de *proportion* au lieu de celuy de *raison*, & de *triple*, & *double*, au lieu de *triplee*, & *aoublee* : de sorte qu'il fait en ce sujet, comme lors qu'on dit que la raison double de deux à vn, estant ostee de la raison triple de trois à vn, il reste la sesquialtere de trois à deux, quoy que ce ne soit pas là son sens : car si l'on compare le cube de la premiere diuision precedente, au premier cube qui est en raison triplee de ses costez, nous trouuerons que leurs costez sont de deux à vn, leurs surfaces de quatre à vn, & leurs solides de huict à vn. Or la raison double de deux à vn, estant ostee de celle de huict à vn, il reste la raison double de huict à quatre, & non la raison sesquialtere, comme dit Galilee. Neantmoins Archimede a parlé de la *sesquialtere*, dans la huictiesme Proportion de la Sphere, & du Cylindre, au mesme sens : mais pour éuiter l'obscurité, i'ayme mieux

dire que les solides semblables sont entr'eux en raison double, ou doublee de leurs surfaces, comme dans l'exemple precedent, leur raison octuple est double ou doublee de la raison double de leurs surfaces.

Or ie veux expliquer cette maniere de parler en deux exemples, afin que l'on entende d'autres choses, dont Galilee parlera apres en vsant des mesmes termes. Supposons donc que deux Spheres soient tellement proportionnees, que le diametre de l'vne soit double de l'autre, leurs surfaces seront en raison doublee de leurs diametres, & leurs soliditez en raison triplee, ce qui s'explique par ces nombres, vn, deux, quatre, huict. Or puisque la raison d'vn à huict, contient trois raisons doubles, il s'ensuit que la raison de vn à huict peut estre appellé sesquialtere de la raison de vn à quatre, puis qu'elle contient trois raisons esgales aux deux qui sont d'vn à quatre, c'est à dire, que la raison des solides est sesquialtere de celle des surfaces : par où l'on void que Galilee compare les raisons entr'elles, comme si elles estoient de simples

nombres : c'eſt pourquoy il appelle la raiſon doublee, *double*, & la triplee, *triple* : ce que i'ay voulu remarquer de peur que l'on croye qu'il ait manqué en ſes raiſonnemens.

ARTICLE XIX.

A ſçauoir, ſi la reſiſtance de l'air eſt aſſez grande, pour empeſcher que les corps les plus peſans & les plus gros, n'augmentent plus leur viſteſſe.

IL conclud qu'il n'y a point de globe ſi peſant, ſoit de fer, de plomb, ou de telle autre matiere qu'on voudra, qui ne perde de l'augmentation de la viſteſſe, qu'il auroit dans le vuide, quelque ſubtilité que le milieu puiſſe auoir : de ſorte qu'il arriue en fin à vn certain endroit, où il n'augmentera plus ſa viſteſſe, & retiendra touſiours celle qu'il aura acquiſe iuſques en ce lieu : ce qu'il prouue en deux manieres, l'vne par l'eau, qui priue incontinent vne balle de plomb de la viſteſſe qu'elle auoit acquiſe en tombant de quatre ou

tre ou cinq toiſes dans l'air : de ſorte qu'il n'y a pas d'apparence qu'elle acquiſt vne ſemblable viſteſſe dans la cheute de mille braſſes d'eau : car pourquoy l'eau oſteroit-elle d'abord la viſteſſe qu'elle deuroit apres luy redonner? & puis on experimente que les coups de canon, qui trauerſent vn peu d'eau auant que de frapper vn Nauire, ne luy font quaſi point de mal : & qu'vne balle tiree en haut, & retombant dans l'eau, n'enfonce quaſi point dans le ſable.

L'autre preuue eſt priſe de ce qu'vn coup d'arquebuſe tiré du haut d'vne tour en bas, ne frappe pas ſi fort que ſi l'on tiroit le meſme coup en bas prés de quatre ou cinq braſſes du blanc : ce qui monſtre que l'air a rompu la viſteſſe de la balle, qui deſcendoit de la tour, quelque eſtrange viſteſſe qu'elle peuſt auoir. Ioint qu'il n'y a point d'apparence qu'vne balle de mouſquet acquiere autant de viſteſſe en tombant de telle hauteur qu'on voudra, fuſt-ce depuis la Lune, comme elle en a, lors quelle ſort du mouſquet, ou à trente ou quarante braſſes de là : & neantmoins ſi l'air n'empeſchoit ſa viſteſ-

se, il est certain qu'elle iroit aussi viste, & par consequent qu'elle feroit autant de mal, d'effect, & de faucee, en descendant par son mouuement naturel, comme elle en fait à la sortie de l'harquebuse, lors qu'elle seroit descenduë 21. secondes minutes; car elle feroit quatre-vingts & deux toises dans le temps d'vne seconde minute, suiuant nos experiences; c'est à dire quasi dans vn moment, supposé que l'air ne l'empeschast pas d'auantage que le vuide. Mais il faudroit qu'elle descendist de la hauteur de quatre cens quarante-vne toises, pour acquerir cette vistesse, & pour auoir autant d'effect comme à la sortie de l'arquebuse: ce que nous ne pouuons experimenter, parce que nous n'auons point de si grande hauteur, dont nous puissions laisser cheoir vn boulet, quoy que l'on puisse dire qu'vn boulet de canon tiré perpendiculairement, retombe d'aussi haut, puis qu'il doit estre du moins deux fois aussi long-temps à retomber, comme la balle d'harquebuse, qui employe douze secondes minutes à sa cheute, & qui par consequent redescend de deux cens quatre-vingt-huict

toises de hauteur, autant qu'elle auoit monté, supposé que dans cét espace l'air n'empesche pas sensiblement la vistesse, dont ladite balle descendroit en mesme temps dans le vuide : car elle feroit pour lors quarante-six toises dans la douziesme ou derniere seconde de sa cheute, puis qu'elle en fait deux dãs la premiere; comme l'experience enseigne, au lieu qu'à la sortie de l'harquebuse elle fait du moins septante toises dans la premire seconde minute, puisque sa portee de cent toises de blanc en blanc dure vne seconde minute & demie.

Or si le boulet de canon employe deux fois autant de temps à retomber, c'est à dire, vingt-quatre secondes, il fait nonante-quatre toises dans sa derniere ou vingt-quatriesme seconde, & par consequent va plus viste que la balle d'harquebuse à sa sortie : c'est à dire, que ledit boulet va plus viste à la sortie du canon, que la balle d'harquebuse ; mais il faudroit experimenter combien ledit boulet tiré perpendiculairement, entre dans la terre, pour sçauoir de combien l'air luy oste de sa vistesse, car il

n'y a point d'apparence qu'il ait vn effect pareil à celuy qu'il a sortant de son canon, de quelque hauteur qu'il puisse tomber : quoy que si le mouuement se faisoit dans le vuide, il semble que le dernier moment de sa cheute doit estre si égal en viſteſſe au premier moment de sa projection.

ARTICLE XX.

De la proportion que doiuent garder les chordes penduës en haut, pour faire leurs tours & leurs retours en plus ou moins de temps, comme l'on voudra.

APRES auoir supposé ce que monstre l'experience, à sçauoir que tous les tours & retours des chordes se font en temps esgaux, soit que les poids qui y sont attachez soient éleuez iusques à nonante degrez, c'est à dire, iusques au haut du quart de cercle, ou seulement iusques à deux ou trois degrez : il dit encore que ce mouuement par l'arc du quart de cercle se fait plus viſte, que par nulle autre

ligne soustendante, tiree depuis tel degré dudit quart de cercle qu'on voudra, iusques au bout où l'orison le touche, quoy que chacune de ces lignes droictes soit beaucoup plus courte que ledit arc. A quoy l'on peut adiouster que le mouuement de la balle ne cesseroit iamais, si l'air & la chorde ne l'empeschoient nullement, parce que la vistesse qu'elle acquiert en descendant la feroit tousiours remonter aussi haut, comme le lieu d'où elle seroit descenduë, & partant auroit vn perpetuel mouuement.

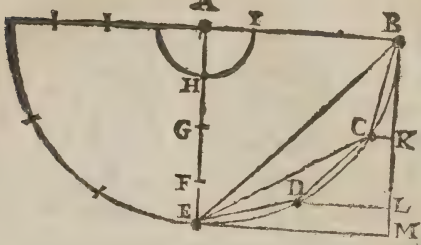
Quant aux longueurs que doiuent auoir les chordes, afin que leurs tours ayent telle proportion entr'eux que l'on voudra, elles doiuent estre en raison doublee des temps que l'on veut qu'elles employent, c'est à dire, qu'elles ont mesme raison entr'elles que les quarrez des temps de leurs retours : par exemple, si l'on veut que chaque tour d'vne chorde dure deux fois autant que celuy d'vn autre, il faut la faire quatre fois aussi longue; de maniere que si l'on m'apprend la duree de l'vn des tours de la chorde qui tient la lampe d'vne Eglise, & qui est at-

tachee à la voûte, ie sçauray sa longueur, & par consequent la hauteur de la voûte ; comme si depuis la lampe de l'Eglise de Nostre-Dame, il y auoit cent huict pieds, chaque tour de la lampe dureroit six secondes, supposé que le tour d'vne chorde de trois pieds dure vne seconde minute, parce que les quarrez d'vn & de six, sont vn & trente-six ; & parce que la chorde de trois pieds respond à vn, il faut multiplier trente-six par trois, qui font cent huict pour la longueur de la chorde, dont chaque tour dure six secondes : & si la voûte auoit cent quarante sept pieds de haut, chaque tour de la chorde dureroit sept secondes, &c. Si l'on compte vingt tours de la chorde plus longue, dont on ne sçait pas la longueur, en mesme temps que celle d'vne brasse en fera deux cens quarante, les quarrez de vingt & de vingt-quatre, à sçauoir quatre cens, & cinquante sept mil six cens, monstreront que celle de la brasse contient quatre cens parties, des cinquante sept mil six cens, que contient la grande chorde : donc cinquante sept mil six cens diuisez par quatre cens, don-

nera cent quarante quatre braſſes pour la longueur de ladite chorde.

De meſme, ſi l'on compte neuf tours de la chorde attachee à la voûte de Noſtre Dame, tandis que la chorde de trois pieds en fera cinquante quatre. Suppoſons que cette chorde ſoit vne ſeule meſure, comme en effect elle eſt vne demie toiſe, les quarrez de neuf & de cinquante quatre, à ſçauoir, quatre-vingt-vn, & deux mil neuf cens ſeize, monſtreront que la chorde de trois pieds contient quatre-vingt-vne parties des deux mil neuf cens ſeize de l'autre chorde, & partant deux mil neuf cens ſeize diuiſé par quatre-vingt-vn, donnera trente ſix demies toiſes, ou meſures de trois pieds, c'eſt à dire cent huict pieds de longueur, pour la chorde, qui monſtrera la hauteur de la voûte.

REMARQVE ET EXPLICATION.



MAis parce que l'on entend mieux cecy par le moyen des figures, ie repete icy la troiſieſme figure de la ſeptieſme Addition faite aux Mechaniques de Galilee: Il dit donc que la chorde AE, attachee au poinct A, & ayant vn poids attaché en E, tombe auſſi-toſt depuis B, qui eſt le haut du quart de cercle iuſques en E, par le quart de cercle B C D E, comme lors qu'elle tombe ſeulement depuis C, ou D, iuſques en E: & ſemblablement qu'vne boule deſcend pluſtoſt par ledit quart de cercle depuis B, iuſques en E, en roulant ſur l'enchaſſeure d'vn ſas, qu'eile ne deſcend par le plan B E, quoy

qu'il ſoit plus court, ou par le plan C E, ou D E, ou tel autre qu'on voudra.

De plus, ſi la chorde A H, fait ſon tour dans vn moment, de I en H, elle doit eſtre quatre fois plus longue, c'eſt à dire, depuis A iuſques à E, pour faire ſon tour en deux momens, depuis B, iuſques à E: ſi l'on ſuppoſe que la chorde A H, ait trois pieds & demy de long, elle fera chacun de ſes tours dans le temps d'vne ſeconde minute; & partant fera trois mil ſix cens retours dans vne heure: & parce que A E, eſt quatre fois plus longue, elle aura quatorze pieds, & fera chacun de ſes retours dans deux ſecondes: s'il y a quelque choſe à deſirer icy, on le trouuera dans le quatrieſme Liure.

ARTICLE XXI.

Expliquer pourquoy vne chorde de Luth ou d'Espinette touchee fait branſler les autres chordes non touchees, qui ſont à l'vniſſon, à l'octaue, & à la quinte.

IL eſt certain que le ſeul ſouffle peut eſbranſler & faire mouuoir le poids qui eſt pendu à vne chorde, laquelle s'ébranlera d'autant plus, que l'on repetera le ſouffle plus ſouuent, lors que le poids ſuſpendu reuiendra du meſme coſté de celuy qui ſouffle; dont la repetition faite bien à propos, & à temps, peut esbranler des cloches aſſez groſſes, & meſmes les faire ſonner. Or quelque force ou foibleſſe dont on vſe pour faire mouuoir le poids ſuſpendu à la chorde, elle fait touſiours chacun de ſes retours en meſme temps. Cecy poſé, il eſt conſtant que les chordes de Luth ſont auſſi determinees par leur tenſion, & leurs autres qualitez, à faire leurs tours, ou leurs tremblemens dans vn temps certain, &

qu'vne chorde donne autant de secouſſes, ou de coups à l'air, comme elle ſe remuë de fois : de ſorte que tous ces mouuements d'air vont frapper toutes les chordes de l'inſtrument, que l'on touche, & durent auſſi long-temps que le ſon de la chorde.

Mais parce que la chorde qui ſe rencontre à l'vniſſon, eſt diſpoſee à trembler auſſi viſte que celle qui eſt touchee, le premier tour de la touchee luy donnant la premiere impreſſion commence à l'eſbranler, & le ſecond, le troiſieſme, le vingtieſme tour, & tous les autres l'eſbranlans touſiours de plus en plus, elle tremble cõme celle meſme qu'on a touchee : de là vient que l'on void qu'elle s'eſlargit, & qu'elle fait trembler la paille, le papier, les eſpingles, ou les aurres choſes qu'on met deſſus. Et bien que les chordes ne ſoient pas ſur le meſme Luth, mais ſur vn autre, elles pourront trembler auſſi bien comme fait vn verre, lors que l'on touche auec l'archet l'vne des groſſes chordes d'vne violle, qui trouue ledit verre à l'vniſſon.

Semblablement, ſi on frotte auec le

doigt sur le bord d'vn verre, dans lequel il y a de l'eau, l'eau se frize par de petites ondes esgales, & lors que l'on arreste sa patte dans vn autre vase où il y a de l'eau : cette eau saute d'vn costé & d'autre tout autour dudit verre. Surquoy il remarque vn effect bien notable, lequel ie n'ay point veu, à sçauoir qu'il arriue quelquefois qu'en frottant le bord d'vn verre assez grand, les ondes de l'eau qui fremit dedans, viennent à se fendre chacune en deux, lors que le son du verre passe, & saute iusques à l'octaue haute ; d'où il conclud fort bien que la raison de l'octaue est double, ou d'vn à deux : mais nous parlerons de la force, ou de l'essence des consonances dans l'Article suiuant.

ARTICLE XXII.

Quelle est l'essence, & la raison de chaque consonance.

L'On a tenu iusques à present que la raison des consonances est prise de

celle de la chorde qui se diuise sur vn monochorde, par exemple, que la raison de l'octaue est double, parce que la chorde entiere fait l'octaue en bas contre la moitié de la mesme chorde, que l'on diuise auec vn cheualet. Que la raison de la quinte est sesquialtere de 3. à deux, parce que le cheualet estant mis au tiers de la chorde, le costé de la chorde, c'est à dire les deux tiers, fait ouyr la quinte auec la chorde entiere.

Mais il a sujet de ne se contenter pas de cette raison, parce qu'elle ne se rencontre pas dans les autres manieres dont on vse pour trouuer les consonances, en faisant monter ou descendre les chordes, afin de faire leurs sons plus aigus ou plus graues.

Car outre la premiere maniere, laquelle accourcit les chordes, dont nous auons parlé, l'on fait la mesme chose en les bandant dauantage, ou en les amenuisant, pour les rendre plus minces & plus deliees. Or comme l'on fait l'octaue sur le monochorde, auec la chorde de mesme grosseur & tension, en l'accourcissant de moitié; ainsi lors qu'on retient la

mesme grosseur & longueur de la chorde, il la faut bander ou tendre, & tirer quatre fois plus fort : de sorte que si elle estoit tenduë par vne liure, il la faut tendre par quatre liures, pour la faire monter à l'octaue. La troisiesme maniere conserue la mesme longueur & tension, mais elle ne retient que le quart de la grosseur: de sorte que la chorde doit estre quatre fois plus deliee pour faire l'octaue : par où l'on void que la raison de l'octaue prise des deux dernieres manieres, est doublee de la raison prise de la premiere maniere : ce qui arriue semblablement à tous les autres interualles de la Musique: par exemple, si l'on veut faire la quinte par les deux dernieres manieres, il faut doubler la raison sesquialtere, en prenant la raison double sesquiquarte ; & si la chorde est premierement bandee auec quatre liures, il la faut bander auec neuf liures : ou si l'on veut rendre la chorde plus deliee, elle ne doit auoir que quatre parties de la grosseur de celle de neuf parties. Cecy posé, il semble que les Philosophes n'ont pas eu plus de raison de dire que la proportion de l'octaue est

double, & celle de la quinte ſeſquialtere, que s'ils euſſent dit quelles eſtoient quadruple & ſeſquiquarte. Et Galilee confeſſe qu'il n'euſt peu ſçauoir s'il eſt veritable, que les tours ou tremblemens de la chorde, qui fait le ſon aigu de l'octaue, ſoient doubles en nombre de ceux de la chorde qui fait le ſon graue de ladite octaue (parce qu'il ne croid pas qu'on puiſſe nombrer les tremblemens des chordes, à cauſe de leur trop grande viſteſſe) n'euſt eſté les ondes du verre, qui ſe fendirent en deux, lors que le ſon paſſa iuſques à l'octaue. Mais parce que ce friſſonnement des ondes ne dure pas aſſez long-temps pour les compter bien à l'aiſe & tres-iuſtement, il a rencontré vne autre experience, dont il vſe pour ce ſujet, laquelle conſiſte à racler vne piece de leton auec vn ciſeau: car elle fait entendre vn ſifflement, & vn bruit agreable, & voir quant & quant vne quantité de pluſieurs ondes, ou plis paralleles, gardans vne égale diſtance: & lors qu'elle ne fait point de bruit, quoy qu'on coule le ciſeau deſſus, l'on ne void point ces ondes. De plus, quand on racle plus fort,

le ſon ſe fait plus aigu, & les ondes ſont en plus grand nombre & plus proches les vnes des autres, particulierement lors que l'on racle plus viſte vers l'extrémité de la lame : & meſme l'on ſent vn tremblement dans la main qui tient la plaque, ſemblable à celuy qu'on ſent dans la gorge, & au larynx lors qu'on chante la baſſe.

Il a encore remarqué que les chordes qui font la quinte ſur vn clauecin, tremblent au bruit de ladite plaque de leton, & qu'apres auoir meſuré deux ſortes d'ondes, qui faiſoient la quinte, il y en auoit quarante cinq vne fois, & l'autre fois trente, qui font la raiſon de la quinte.

Voila ce qui la contraint de confeſſer que la raiſon de cette conſonance eſt ſeſquialtere, & que celle de l'octaue eſt double. Il faut donc demeurer d'accord que la vraye raiſon des conſonances, & des autres interualles de Muſique, ſe doiuent prendre du nombre des batemens d'air, qui vont battre le tambour de l'oreille, pour ſe porter iuſques à l'eſprit.

Mais

Mais il eſt conſtant que Galilee n'a pas ſceu la maniere de compter le nombre des trembiemens d'vne chorde de Luth, d'Eſpinette, ou d'vn autre inſtrument, laquelle i'ay donnee & expliquee ſi clairement, qu'il n'y a nulle difficulté; joint que les languettes des regales ſont encore plus propres pour apperceuoir les tremblemens du ſon, que n'eſt vne ſimple plaque de leton.

Il remarque encore que la peſanteur des chordes eſt auſſi conſiderable que leur groſſeur: & qu'au lieu qu'és chordes de meſme matiere, comme de boyau ou de leton, qui doiuent eſtre quatre fois plus groſſes pour faire l'octaue, ſi on les prend de matiere differente, par exemple, que l'vne ſoit de boyau & l'autre de leton, il ſuffit que la chorde de leton peſe quatre fois autant que celle de boyau, quoy qu'elle ne ſoit pas plus groſſe, ou meſme qu'elle ſoit plus deliee pour faire l'octaue en bas. D'où il arriue qu'vn clauecin monté de chordes d'or ſera quaſi à la quinte d'vn autre monté de chordes de leton de meſme groſſeur, longueur, & tenſion que celles d'or, parce que l'or eſt

quasi deux fois plus pesant: de sorte que en ce sujet la pesanteur du mobile resiste dauantage à la vistesse du mouuement, que ne fait sa grosseur, contre ce qui arriue au mobile, qui tombe plus viste, lors qu'il est plus pesant en mesme volume, & plus lentement, quand il est plus gros & plus leger. Surquoy l'on peut voir toutes les obseruations que i'ay faites des sons que font les chordes de toutes sortes de metaux capables d'estre tirez par la filiere, & d'estre bandez assez fort pour faire entendre des sons.

ARTICLE XXIII.

D'où vient l'agreement & la douceur des consonances: & pourquoy, & de combien l'vne est plus douce que l'autre.

LE plaisir que l'on reçoit de deux sons differents que l'on oyt en mesme temps, vient de ce que les tremblemens qui les produisent s'vnissent souuent ensemble sur le tambour de l'oreille, ou dans l'imagination: & le deplaisir vient

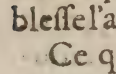
des tremblemens des sons discordans qui s'vnissent fort rarement ensemble, comme il arriue à deux chordes d'esgale grosseur, matiere, & tension, dõt l'vne est esgale au costé du quarré, & l'autre à son diametre: car elles font vn triton fort desagreable, à cause de la desvnion de leurs tremblemens, qui font endurer vn tourment perpetuel au tambour, parce qu'ils sont incommensurables & irrationels, & que l'vn le frappe tousiours à contre-sens, & à contre temps de l'autre.

Quant aux consonances, les tremblemens qui font la principale & la premiere, c'est à dire l'octaue, s'vnissent à chaque battement de la plus grosse chorde: car tandis qu'elle fait vn tour, la plus deliee, ou la plus courte en fait deux: de sorte que la moitié des tremblemens du son aigu, s'vnit auec ceux du graue: au lieu que les tremblemens des deux chordes qui font l'vnisson, frappent tousiours ensemble; c'est pourquoy elles ne paroissent que comme vne seule chorde, & ne font point de consonance.

La quinte est encore agreable, parce

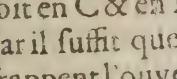
que le tiers des tremblemens du son aigu s'vnit auec ceux du graue : car de chaque ternaire de tremblements du son aigu, il y a deux tremblemens qui ne s'vniſſent point auec les deux tremblemens du son graue ; le son aigu de la quatre en a trois qui ne s'vniſſent point, & le ton n'vnit qu'vn ſeul de ces tremblemens, & bleſſe l'aureille auec les huict autres.

Ce qui ſe peut expliquer par lignes en cette maniere. Imaginons que la ligne A B, ſoit la grandeur d'vn tour & d'vn mouuement de la plus grande chorde, & que C D, ſoit la grandeur du mouuement de la moindre chorde, qui fait le ſon aigu de l'octaue, & puis diuiſons A B en E, par le milieu. Apres que les chordes auront commencé leurs mouuemens en A & en C, lors que la moindre chorde ſera arriuee au poinct D, la plus grande ne ſera qu'en E, & quād la moindre ſera de retour en C, la plus grande ſera en B ; de ſorte qu'elles frapperont en meſme temps, tant en B & en C, que ſur le tambour de l'oreille. Nous



auons desia vne vnion. Derechef, tandis que la moindre ira de C en D, & de D en C, l'autre ira de B en E, où il ne se fait point de coup, & puis d'E en A ; de sorte que la seconde vnion des coups se fera en A & en C, au lieu que la premiere se faisoit en C & en B, ce qui n'importe pas, car il suffit que les tremblemens de l'air frappent l'ouye en mesme temps.

L'on monstre la mesme chose de la quinte ; & pour ce sujet le mouuement de la plus grande chorde soit representé par A B, & diuisee en trois parties par E & O, & le mouuement de la plus courte par C D ; si les chordes commencent à se mouuoir ensemble aux poincts A & C, la grande estant en O, l'autre sera en D, de sorte que le tambour ne receura que le coup D ; & lors qu'elle retournera de D en C, la grosse ira d'O en B, & de B en O, apres auoir frappé en B, sans estre accompagné du coup de la moindre : de sorte que ce coup se fait à contre-temps, car ce deuxiesme coup n'est different du

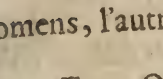


premier que d'O B, qui n'est que la moitié d'A O. Or continuant son retour d'O en A, la moindre reuient de C en D, de sorte que les coups de l'vne & l'autre s'vnissent pour la premiere fois en A & en D: les autres periodes se font tout de mesme; de maniere que la grande chorde frappe toute seule vn coup entre les deux coups tous seuls de la moindre, & le second coup de la grande vient tousiours à s'vnir auec le troisiesme de la moindre.

Où il faut remarquer que le second coup de la moindre chorde se fait aussitost apres le premier de la grande, comme le premier de la grande se fait apres le premier de la moindre, & qu'elles sont par apres deux fois autant de temps auãt que de s'vnir.

Ce que i'explique par la seconde periode de leur vnion; faisons donc qu'elles continuent leur mouuement, & parce que nous les auons laissees en A & en D, suppoſons que les trois parties de la grande representent trois momens, & les deux de la moindre deux momens, tandis que la moindre ira de D en C, en deux

momens, l'autre ira d'A en O, aussi en deux moments, & puis d'O en B, en vn moment, où elle frappe, tandis que la moindre est allee de C en F, laquelle va aussi frapper vn moment apres en D, tandis que l'autre va de B en O : de sorte que ces deux derniers coups solitaires se sont faits de moment en moment ; & finalement tandis que la grande acheue son second tour d'O en A, en deux momens, la moindre acheue son troisiesme tour de D en C en deux momens : de sorte que l'vnion de la seconde periode se fait par les deux coups A & C, qui sont du mesme costé. D'où il est aisé de conclure que de six moments qui se considerent icy dans les tremblemens de chacune des chordes, qui font la quinte, le premier coup se fait tout seul à la fin des deux premiers momens, le second tout seul à la fin du troisiesme moment, le troisiesme coup à la fin du quatriesme moment, & finalement le quatriesme coup deux momens apres, c'est à dire à la fin du 6. mo-



ment : de sorte que les coups ou battemens de la quinte ne s'vnissent qu'vne fois en six momens, & que le tambour de l'oreille est frappé de trois battemens solitaires, auant que d'estre battu de deux ensemble : d'où il arriue qu'elle a de l'aigreur auec sa douceur. ce qui n'arriue pas à l'octaue.

Mais i'ay traitté si amplement de la raison de toutes ces consonances, qu'il est malaisé d'y adiouster : c'est pourquoy i'acheue ce premier liure par la derniere consideration qu'il fait dans sa premiere iournee.

ARTICLE XXIV.

La maniere de repreſenter à la veuë le tremblement des conſonances, par le moyen des poids attachez à des filets, ou à des chordes.

PVISQVE les chordes, dont nous auons deſia parlé, ſont en raiſon doublee des temps qu'elles repreſentent, il s'enſuit auſſi qu'elles ſont en raiſon doublee des ſons que l'on veut expliquer: c'eſt pourquoy ſi l'on prend vne chorde de ſeize pieds ou palmes de longueur pour repreſenter le tremblement le plus tardif de l'octaue, la chorde de quatre pieds repreſentera le plus viſte tremblement de la meſme octaue, qui ſera double en viſteſſe du precedent: de ſorte que cette chorde fera deux de ſes allees ou mouuemens, tandis que celle de ſeize pieds ne fera qu'vn mouuement: & la chorde du milieu qui aura neuf pieds de long, fera trois de ſes mouuemens, tan-

dis que celle de seize pieds en fera deux, & celle de quatre en fera quatre. Posons donc que l'on vueille auoir trois chordes attachees en haut à trois cloux, lesquelles vnissent autant de fois leurs mouuemens ou frappent ensemble autant de fois, comme font les trois chordes de Luth, qui font les trois sons de l'octaue, *vt, sol, fa*, c'est à dire, qui diuisent l'octaue harmoniquement, comme parlent les Practiciens, ou pour mieux dire, Arithmethiquement, suiuant nos demonstrations : ce qui arriue lors qu'on met la quinte en bas, & la quarte en haut, & que les nombres sont ainsi disposez, deux, trois, quatre, pour representer les deux mouuemens ou tremblemens de la Basse, les trois de la Taille, & les quatre du Dessus. Or l'on trouue la longueur des chordes pendües à des cloux, pour representer ces mouuemens ou tremblemens à la veuë, en doublant la raison desdits tremblemens, & en gardant les raisons doublees entre la longueur des chordes. Par consequent nous auons la longueur de seize pieds pour la plus grande, celle

de neuf pour la moyenne, & celle de quatre pour la plus courte : car celle de seize pieds fait deux tours tandis que la moyenne en fait trois, & la plus courte en fait quatre ; de maniere qu'apres que celle-cy a fait quatre tours ou mouuemens, elles frappent toutes trois ensemble, car bien que la premiere & la derniere frappent ensemble à chaque mouuement de la premiere, & de deux en deux mouuemens de la derniere, neantmoins elles ne frappent pas ensemble auec la moyenne, parce qu'il faut que la derniere frappe quatre coups auant que d'vnir son mouuement auec le troisiesme coup de la moyenne, lequel s'vnit aussi auec le second coup de la premiere. Or il faut remarquer que ce que Galilee dit que les tours de ces chordes se ioindront ensemble à chaque quatriesme mouuement de la plus grande chorde, ne se doit pas entendre en sorte qu'elles ne frappent pas ensemble à chaque second mouuement de cette chorde, comme il arriue en effet, mais seulement qu'elles ne frappent pas ensemble de mesme costé à leur premiere

periode : car cela n'arriue qu'à la seconde periode, comme nous auons veu aux tremblemens de l'octaue & de la quinte, dans l'Article precedent. Mais ie conseille à ceux qui desirent auoir le plaisir de voir cette rencontre de retours & de mouuemens, de prendre les trois chordes susdites, & d'attacher vne balle de mousquet à chacune : car apres les auoir esloignees esgalement ou inesgalement de leur plomb ou de leur ligne perpendiculaire, ils les verront frapper ensemble, comme i'ay dit. Et s'ils leur donnent des longueurs qui soient en raison doublee des trois nombres, qui representent l'octaue auec la quarte dessous & la quinte dessus, les chordes ne frapperont ensemble qu'à chaque troisiesme coup de la plus longue, ou chaque sixiesme coup de la plus courte, & mesme ne frapperont pas ensemble de mesme costé qu'apres chaque sixiesme mouuement de la plus grande, & à chaque douziesme de la plus courte : d'où l'on peut conclure que cette diuision d'octaue n'est pas si agreable que la precedente, dont la dou-

ceur est à la douceur de celle-cy comme trois à deux, c'est à dire, sesquialtere. L'on peut semblablement faire la longueur des chordes en raison doublee des termes de la quinte diuisee en tierce majeure & mineure, c'est à dire en raison doublee de quatre, cinq, six, dont les mouuemens s'vniront aussi souuent comme ceux de l'octaue qui a la quarte en bas : ce qui preuue l'esgalité de leur douceur.

Mais si l'on fait des chordes qui representent les tremblemens du ton, & du demy-ton, elles serõt si long-temps sans s'vnir que cela sera grandement desplaisant ; & si on leur fait representer des tremblemens incommensurables, en faisant, par exemple, leur longueur en raison doublee du costé du quarré & de son diametre, ou de telles autres lignes incommensurables qu'on voudra, iamais elles n'vniront leurs mouuemens.

Si Galilee eust experimenté les vnions de ces retours des chordes, comme i'ay fait, il eût apperçeu que la chose n'est pas

guere agreable : car le coup de la moindre qui s'vnit auec le coup de la plus grande, est si prompt & l'autre si tardif, que l'on a de la peine d'en remarquer l'vnion.

Fin du premier Liure.

LIVRE SECOND.

DES NOVVELLES PENSEES DE GALILEE.

De la force des colomnes ou cylindres, suiuant les nouuelles pensees de Galilee.

APRES auoir consideré la force des prismes & cylindres tirez perpendiculairement de haut en bas, dans le premier Liure, il determine leur force, & leur resistance, lors qu'on les presse de trauers. Or bien qu'vn cylindre de fer peust porter mille liures auant que de rompre, par la traction perpendiculaire, il n'en pourra peut-estre pas porter cent en trauers, lors qu'il est scellé, & attaché

horizontalement à vne muraille perpendiculaire à l'Orison. Il pretend donc de determiner la force & la resistanee de ces cylindres, & prismes, tant semblables que dissemblables, en figure, longueur & grosseur, pourueu qu'ils soient de mesme matiere : & pour ce sujet, il suppose ce qui a esté demonstré du leuier, à sçauoir, que la force est à la resistance en raison reciproque de celle de la distance d'auec le soustien : & afin que son traicté ne despende point d'ailleurs, il demonstre ce qui suit dans le premier Article : car ie diuise ce Liure, comme le precedent, en autant d'Articles, comme il contient de difficultez. Il faut seulement remarquer, que tout ce qui est dans les six premiers Articles, se doit entendre des cylindres, & des prismes sellez ou fichez dans des murailles.

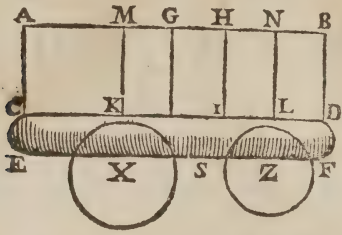
ARTIC.

ARTICLE PREMIER.

Dans lequel le principe le plus simple de toutes les Mechaniques est expliqué. Deux propositions d'Archimede.

ARchimede ne suppose rien, sinon que lors que deux poids sõt égaux entr'eux, ils sont en equilibre, quand les bras de la balance sont égaux: & puis il demonstre que les poids inesgaux, attachez à des distances inesgales, sont encore en equilibre, quand les distances sont entr'elles en raison reciproque des poids: par exemple, si le bras d'vne balance a 2 pieds de long, & l'autre 4, le poids de 4 liures attaché au bras de deux pieds sera en equilibre auec le poids de 2 liures attaché au bras de 4 pieds: ce qu'il a desia fait voir dans le 4. Chap. de ses anciennes Mechaniques: où parce qu'il s'y est coulé des fautes, nous vserons de la mesme figure qui y est, pour restablir le tout, suiuant le discours de Galilée.

Soit donc le cylindre solide E F sus-



pendu par les extremitez à la ligne A B, & soustenu par les deux filets A E, B F, il est euident que si on le suspend tout entier au poinct G mis au milieu de la balance A B, il demeurera en equilibre, puis qu'il a la moitié de la pesanteur d'vn costé, & l'autre moitié de l'autre costé.

Posons maintenant que ce cylindre soit inegalement diuisé par la ligne I S, & que la partie I E soit la plus grande, & I F la moindre, le cylindre ainsi diuisé demeure en mesme situation à l'esgard de la ligne A B, moyennant le filet I H, lequel estant attaché au poinct H, soustiendra les parties du cylindre E I & I F, sans qu'il se face nul changement du cylindre E D, ou de la balance A B.

La mesme chose arriuera encore, si la partie du cylindre E I, s'attache au filet

M K posé au milieu, & l'autre partie ne changera point son assiette, si on luy attache le filet N L par le milieu.

Soient donc ostez les filets A C, H I & B D, & qu'il ne demeure que M K, & N L, l'on aura encore l'equilibre en mettant le poinct de suspension au poinct G. Et partant nous auons deux corps pesans E I, & I D suspendus des points M H de la balance M H, qui est en equilibre par le moyen du poinct G : de sorte que la distance du poinct de suspension M, de la partie du cylindre E I, est la ligne G M ; & G H est la distance de la suspension du poids I F.

Nous n'auons donc plus maintenant qu'à demonstrer que ces distances sont entr'elles en proportion reciproque des poids, c'est à dire que la distance M G est à celle de G H, comme le cylindre I F est au cylindre I E : ce que ie demonstre ainsi.

Puis que la ligne M H est la moitié de la ligne H A, & H N moitié de F I, la ligne entiere M N sera la moitié de toute la balance A B, & partant elle sera esgale à G B : & en ostant la partie commune

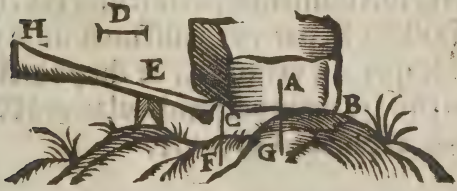
G N, M G qui restera, sera esgale à N B qui restera, c'est à dire à H N : & G N estant commune, M H & G N seront esgales : par consequent, comme M H à N H, ainsi N G à G M. Mais comme M N à H N, de mesme, la double à la double, c'est à dire A H à H B, ou comme le cylindre E I au poids I F. Donc, par la proportion esgale, en changeant, comme la distance G M à G H, de mesme le poids I F au poids I S ; ce qu'il falloit prouuer.

Cela posé, il est euident que les deux cylindres E I & I F, ou les deux globes X & Z, ausquels l'on peut supposer qu'ils sont reduits, seront touſiours en equilibre au poinct G, car la figure ne change point le poids, pourueu que l'on vse touſiours de mesme matiere. Cecy posé, l'on peut parler de la force & de la resistãce, & du mouuement & de la figure par abstraction de la matiere, ou coniointement auec la matiere : l'vn & l'autre est expliqué dans le second article.

ARTICLE II.

Dans lequel la raiſon du leuier tant abſtraict que materiel eſt expliquee.

APRES auoir demonſtré que deux peſanteurs ſont l'equilibre, lors que leurs eſloignements du centre de la balance ſont en raiſon reciproque deſdites peſanteurs, il faut ſe ſouuenir de ce qui a eſté demonſtré dans le cinquieſme Chapitre des Mechaniques, à ſçauoir que le leuier H C eſtant mis ſur le ſou-



ſtien E, pour leuer le fardeau A, a meſme raiſon à ce fardeau, lors qu'on fait abſtraction de la matiere dudit leuier, & qu'on le conſidere comme vne ligne Mathematique, que la force H ſuffit pour eſgaler

la resistance du poids A, lors que H a mesme raison au fardeau A, que la distance CE à la distance EH.

Mais quand on considere la pesanteur du leuier, il est certain que la raison change, parce qu'il en resulte vne force composee de la force H iointe à la pesanteur du leuier CD. Or il faut remarquer que ie me sers de la diction, *force* ou *puissance*, au lieu du *moment* de Galilee, parce que nous n'auons point d'autre diction.

Soit donc le fardeau à leuer CAB, par exemple vne pierre de taille, dont le centre de grauité soit A, appuyé sur la ligne horizontale CB, iusques à son extremité B; & que de l'autre costé, cette pierre soit soustenuë par le leuier HC sur le soustien E, par vne puissance mise en H: & que du centre A, & du poinct C l'on tire les deux perpendiculaires à l'Orizon, à sçauoir AG & CF.

PREMIERE PROPOSITION.

IE dis que la resistance du poids entier de la pierre, est à la puissance H, en raison composee de la distance HE à la distance EC, &

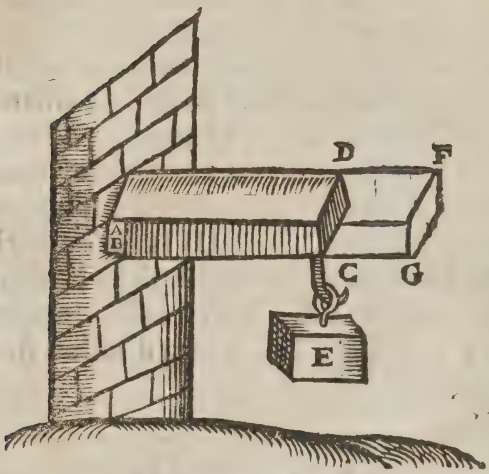
de celle de C B à C G, (lequel G est trop bas, car il le faut imaginer en mesme ligne droite auec C & B.) Faisons comme la ligne C B à C G, ainsi E C à D, tout le poids A estant soustenu des deux puissances mises en B & en C, la puissance de B à celle de C, est comme C G à G B, & en composant, les deux puissances B C prises ensemble, sont comme C B, ou F B à G B, ou comme E C à D. Or la puissance de C est à celle de H, comme la distance H E à E C, donc en changeant toute la pesanteur de la pierre A est à la puissance H, comme H E à D : Or la raison de H E à D est composee de celle de H E à E C, & de celle de E C à D, c'est à dire de celle de F B ou C B à B G, ce qu'il falloit demonstrer.

ARTICLE III.

Quelle est la force des soliueaux paralleles à l'Orison, & quelle longueur ils doiuent auoir pour se rompre eux-mesmes.

IL est certain qu'vn soliueau, vne poutre, vne colomne ou autre piece de

bois, ou de telle matiere qu'on voudra, ont bien de la force pour resister à la rupture, lors qu'on les selle dans quelque muraille, & que l'on pese dessus pour les rompre; or la figure B C F seruira pour



trouuer la force necessaire pour rompre toute sorte de corps. Soit donc le soliueau, ou le prisme B D attaché à la muraille au poinct B: & que le poids E soit attaché à l'extremité D. Or il faut supposer la force qui romproit ce soliueau en le tirant perpendiculairement de haut en

bas, ou bien horizontalement de B en C, car l'vn reuiét à l'autre. Soit par exemple cette force de trois cens ſoixante degrez, ou le poids de trois cens ſoixante liures, ie dis premierement que ce priſme, tiré & forcé par le poids E au poinct D, ſe rompra contre la muraille au poinct B, car cette piece de bois B C doit eſtre comme vn leuier, qui a ſon ſouſtien au poinct B. Cecy poſé, ie dis que.

II. PROPOSITION.

La force appliquee en D *eſt à la reſiſtence de l'eſpeſſeur du ſolideau, ou à l'attachement de la baſe* B A, *comme la longueur* D B *à la moitié de l'eſpeſſeur* A B; *& par conſequent la reſiſtence abſoluë de ce ſolideau, (c'eſt à dire ſa reſiſtence à eſtre rompu par vne traction perpendiculaire) eſt à ſa reſiſtence qu'il a conſideree de trauers, par le moyen du leuier* D B, *comme la longueur* D B *à la moitié de l'eſpeſſeur* B A.

MAIS il faut ſuppoſer que la peſanteur du priſme, ou du cylindre

n'eſt point icy conſiderée : car ſi on la conſideroit, il faudroit ioindre la moitié de la peſanteur B D au poids E. Or il faut auoir recours à la figure de la propoſition precedente, laquelle ſeruira encore à la quatrieſme propoſition. Où il faut remarquer que cette figure enſeigne la maniere de trouuer ſans experience la force, ou la reſiſtance de toutes ſortes de colomnes, ou de priſmes, lors qu'ils ſont tirez perpendiculairement de haut en bas, comme ie diray à la fin de ce Liure. Car ie reuiens maintenant à noſtre ſujet, & dis que par exemple, ſi ce ſoliueau peſe deux liures, & le poids E dix liures, E vaudroit vnze liures, d'autant que ſi le ſoliueau eſtoit pendu au poinct D, il peſeroit ſes deux liures : mais parce que ſa peſanteur eſt eſgalement diſtribuée par toute la longueur B D, les parties proches de B peſent moins que les plus eſloignees, de maniere que toutes les parties de ce ſoliueau ſe reduiſent à peſer ſeulement autant, que s'il eſtoit attaché au mitan du leuier B D ; or le poids attaché au poinct C a deux fois plus de force qu'au mitan

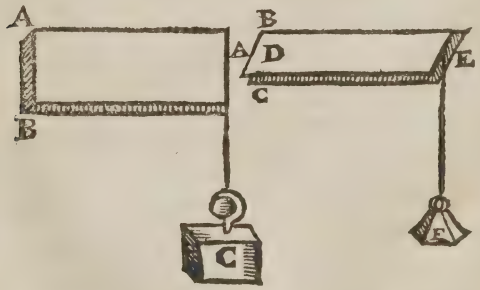
de BD, & partant il faut seulement adiouſter la moitié de la peſanteur de ce ſoliueau, ou d'vn cylindre donné, au poids E : par conſequent E ioint à la peſanteur BD, a la meſme puiſſance au poinct D, qu'auroit vn double poids auec toute la peſanteur de ce ſoliueau, s'il eſtoit appliqué au mitan dudit ſoliueau.

Il rapporte la reſiſtence d'vne regle à ce priſme, laquelle il faut auſſi s'imaginer eſtre arreſtée fermement par vn bout, comme lors qu'elle eſt attachee à vne muraille : & parce qu'elle eſt ordinairement plus large qu'eſpeſſe, il conclud ce qui ſuit dans la troiſieſme propoſition, à ſçauoir

III. PROPOSITION.

Qu'il faut vne force ou pesanteur d'autant plus grande pour la rompre par son espesseur, que par sa largeur, que cette largeur est plus grande que ladite espesseur.

IL faut icy supposer que le poids soit attaché à l'extremité de la regle, comme à celle du soliueau precedent. Or cette plus grande resistence procede de la plus grande multitude des fibres, ou des autres causes qui resistent : par exemple, soient les deux regles suiuantes de mes-



me longueur, largeur, espesseur, & ma-

tiere, & que la force C soit tellement appliquee à la premiere regle A B, qu'elle presse sur son espesseur, le poids C doit estre d'autant plus grand pour la rompre de ce sens, que le poids F, qui la rompt en pressant sur sa largeur, comme l'on voit à la seconde regle C E, que la largeur A B est plus grande que l'espesseur : par exemple, si vne regle est dix fois aussi large qu'espesse, il faudra dix fois autant de force ou de pesanteur pour la rompre par son espesseur que par sa longueur.

Il adiouste en suite la comparaison de la resistence & de la pesanteur des prismes & des cylindres, & dit que leur pesanteur comparee à leur resistence

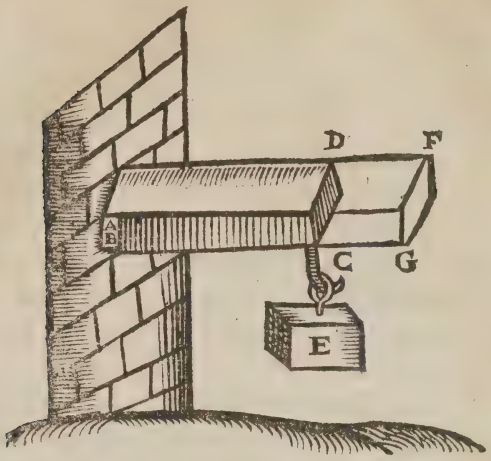
---

IV. PROPOSITION.

S'augmente en raison doublee de celle de leurs allongemens.

COMME l'on voit au prisme, ou solideau precedent B D, allongé iusques en F G, par l'addition de la partie

CG. Or il est euident que le leuier CB



croist iusques à G, & que la puissance qui presse, & qui agit contre sa resistence, pour le rompre en G, croist suiuant la proportion de BG à BC. Et puis il faut ioindre la pesanteur CF à celle de CB, laquelle croist en mesme raison que GB à BC, qui est la mesme raison des longueurs; d'où il est constant que ces deux augmentations de la longueur & de la pesanteur, estant adiousstees, composent vne raison des deux, laquelle est en raison

doublee de chacune d'icelles; de sorte qu'il faut conclure

V. PROPOSITION.

Que la force des prismes & des cylindres esgaux en grosseur, & inesgaux en longuenr, sont entr'eux en raison doublee de leurs longueurs; c'est à dire qu'ils sont comme les quarrez de leurs longueurs.

ARTICLE IV.

De la resistance des prismes & cylindres, tant esgaux en longueur & inesgaux en grosseur, qu'esgaux en grosseur, & inesgaux en longueur: & si vne chorde se rompt plus aisément quand elle est plus longue.

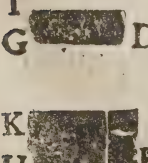
L'Autheur determine premierement la force des cylindres d'esgale longueur & d'inesgale grosseur par la proposition qui suit.

VI. PROPOSITION.

Lors que les cylindres ou les prismes esgaux en longueur different en grosseur, leur resistance est en raison triplee des diametres de leurs grosseurs, ou de leurs bases.

CE qu'il prouue apres auoir considerá la resistance absoluë perpendiculaire, qui reside en leurs bases, car plus la base est grande, & plus elle resiste à la force qui la violente, parce qu'elle a dautant plus de fibres, ou de filaments, ou de colle naturelle, qui lie les parties du solide.

Mais si outre cela nous considerons la resistance du cylindre mis de trauers, entant qu'il sert de leuier, nous auons dans ces figures les leuiers D G & F H, dont les soustiens sont aux points D & F, & de l'autre costé où sont les resistances l'on a les diametres des bases ou des cercles, H K, & I G. Où il faut considerer tous les filaments



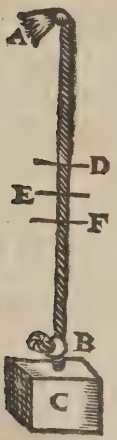
ments ou fibres de ces baſes, comme s'ils eſtoient reduits aux centres deſdites baſes. Cecy poſé, l'on trouuera que la reſiſtance de la baſe H K contre la force F, eſt d'autant plus grande que celle de la baſe G I contre la force D, (leſquelles forces ſont eſgales à cauſe de leurs leuiers eſgaux) que la moitié du diametre K H eſt plus grande que la moitié du diametre G I.

C'eſt pourquoy la reſiſtance du cylindre F K ſurpaſſe celle du cylindre D G, ſelon l'vne & l'autre raiſon des cercles H K, & G I, & de leurs demidiametres, ou de leurs diametres : Or la raiſon des cercles H K & G I, eſt doublee de celle de leurs diametres, donc la raiſon compoſee des deux precedentes, eſt triplee de celle diſdits diametres, donc les reſiſtances des cylindres ſont entr'elles comme leurs cubes ſont à leurs diametres.

D'où il conclud que les reſiſtances de ces cylindres ſont en raiſon ſeſquialtere de celle des meſmes cylindres, puis que les cylindres de meſme hauteur ſont entr'eux comme leurs baſes, c'eſt à dire en raiſon doublee de leurs diametres, & que

la resistance est en raison triplee des mesmes diametres ; de sorte que suiuant la maniere de parler de Galilee, la raison de la resistance est sesquialtere de celle des solides,& en suite de leurs pesãteurs. Voyez ce que i'ay dit dans le premier Liure,article dix-huictiesme pour l'explication de ce langage.

Apres tout cecy, il prouue que la chorde A B attachee en haut au poinct A, ne se doit pas plustost rompre au poinct E, que dans vn autre tel qu'on voudra, car si l'on dit que le poids C ioint au poids de la chorde B E, la rompt en E, il respond que si le poids C est attaché proche d'E, par exemple au poinct F, ou que la chorde soit attachee au poinct E,le poinct F sentira ou portera le mesme poids C, pourueu que l'on y adiouste la pesanteur de la chorde B E: & partant



VII. PROPOSITION.

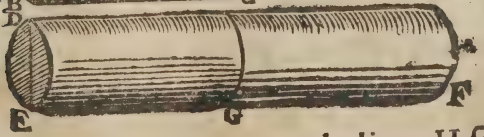
La chorde se rompt par vne esgale force, quelque longueur qu'elle puisse auoir.

OR apres qu'il a consideré les prismes differens en longueur, ou en grosseur, il vient à ceux qui different en ces deux dimensions, & forme a proposition suiuante en leur faueur.

VIII. PROPOSITION.

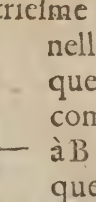
Les resistances des prismes & des cylindres inesgaux en grosseur & longueur sont en raison composee de celle des cubes à leurs diametres, & de celle de leurs longueurs prise à rebours.

CE qu'il demonstre ainsi; que le cylindre EG soit esgal en longueur



au cylindre BC, & que la ligne H soit

moyenne proportionnelle entre A B, & D E; qu'I soit la quatriesme proportionnelle, & puis que I soit à S, comme E F est à B C. Et parce que la resistãce du cylindre C A est à celle de D G, cõme le cube A B au cube D E, ou comme la ligne A B à I, & que la resistance du cylindre D G est à celle de D F, comme la longueur F E à G E, ou comme I à S, donc comme la resistance d'A C à celle de D F, ainsi la ligne A B à S, mais A B est à S en raison cõposee d'A B à I, & d'I à S, donc la resistance d'A C à la resistance de D F, est en raison composee de la raison d'A B à I, ou du cube d'A B à celuy de D E, & de la raison d'I à S, ou de la longueur d'E F à celle de B C; ce qu'il falloit prouuer.

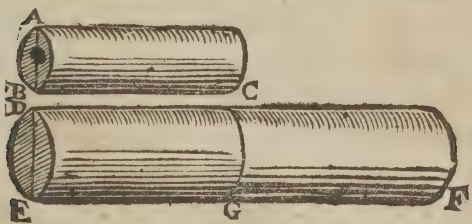


Cecy posé, il considere encore deux cylindres, ou prismes semblables, en faueur desquels il donne cette proposition suiuante, à laquelle nous ferons seruir la mesme figure.

IX. PROPOSITION.

Les forces des cylindres semblables composees de leurs pesanteurs, & de leurs longueurs comparees à des leuiers, sont entr'elles en raison sesquialtere de celle des resistances de leurs bases.

SOIENT les cylindres semblables E F & C A, ie dis que la force qu'a le cylindre E F pour vaincre la resistance de sa



base D E, est à la force qu'a ce cylindre B C pour rompre sa base B A, en raison sesquialtere de la resistance de la base D E à la resistance de la base B A : & parce que les forces des solides D F & C A, à l'esgard de la resistance de leurs bases B A, & D E, sont composees de leurs pesan-

teurs, & de la force de leurs leuiers, & que la force du leuier D F eſt eſgale à celle du leuier C A, & que la longueur E F a meſme raiſon au demidiametre de la baſe D E, que la longueur B C au demidiametre de la baſe B A, il s'enſuit que la force entiere du cylindre D F, eſt à celle de B C, comme la ſeule peſanteur E F, à la ſeule peſanteur B C, ou comme le cylindre D F au cylindre A C. Or ils ſont en raiſon triplee des diametres de leurs baſes A B & D E; & les reſiſtances deſdites baſes ſont entr'elles, comme les meſmes baſes, qui ſont en raiſon doublee de leurs diametres, dõc les forces des cylindres ſont en raiſon ſeſquialtere de la reſiſtance de leurs baſes; de ſorte que les reſiſtãces des ſolides ſemblables ne ſont pas ſemblables: c'eſt pourquoy les plus grands ſolides reſiſtent moins aux accidens exterieurs; par exemple, vn grand homme ſe bleſſe plus fort en tombant, que ne font les enfans, & vne grande colomne tombant de bien haut ſe briſe, ce qui n'arriue pas à vne fort petite colomne. De là vient qu'entre vne infinité de ſolides ſemblables l'on n'en trouue point

deux qui ne soient differens en leur resistance : comme l'on verra encore plus clairement dans l'article suiuant.

REMARQVE.

I'ay expliqué dãs le dix-huictieſme article du premier Liure, cõme quoy reſte la raiſon ſeſquialtere apres que l'on a oſté la raiſon doublee de la triplee; & comme la raiſon doublee eſt double, & la triplee eſt triple ; afin que cette maniere de parler ne trouble perſonne.

ARTICLE V.

Qu'il n'y a qu'vn ſeul cylindre entre vne infinité de ſemblables, qui puiſſe eſtre d'vne meſme grandeur, ſans ſe rompre de ſoy-meſme.

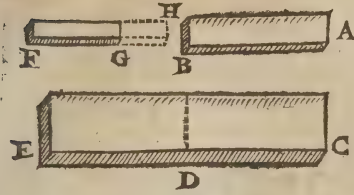
IAmais cette difficulté n'auoit eſté propoſee par aucun que ie ſcache, c'eſt pourquoy elle merite vne propoſition particuliere.

X. PROPOSITION.

Entre les cylindres, & les prismes semblables en pesanteur, il n'y en a qu'vn seul & vnique, qui se reduise à l'estat de ne pouuoir plus subsister sans se rompre, de sorte que tout autre tant soit peu plus grand se rompra par son propre poids, & que tout autre plus petit pourra encore resister à quelque force.

SOIT le prisme AB reduit à l'extremité de sa longueur, de sorte que le moindre allongement le fasse rompre, ie dis qu'il est le seul & l'vnique, entre vne infinité de semblables, qui puisse estre reduit à cette extremité; parce que tout autre semblable plus grand se rompra par son propre poids, & tout autre semblable plus petit resistera encore à quelque force, outre sa propre pesanteur. Soit donc premierement le prisme CE, plus grand que BA, ie dis que CE ne peut subsister sans se rompre par sa propre pesanteur. Posons que la partie D est esgale à BA.

Et parce que la resistance de CD à celle de BA, est comme le cube de la grosseur de CD au cube de la grosseur d'AB, ou comme le prisme CE au mesme prisme AB, qui sont semblables, il s'ensuit que la pesanteur de CE est la plus grande qui puisse estre soustenuë par la longueur du prisme CD; or la longueur CE est plus grande, donc le prisme CE se rompra.



Soit en second lieu, FG le moindre prisme, l'on demonstre aussi (supposé que FH soit esgal à BA) que la resistance de F[illegible] est à celle d'AB, comme le prisme FG au prisme AB, quand la distance AB, [illegible], est esgale à EG; Or elle est plus grande, donc la force du prisme FG mise en G n'est pas assez grande pour rompre le prisme FG.

D'où il faut conclurre que l'on ne doit pas garder la similitude entre les solides, pour reduire tant de corps que l'on vou-

dra, au mesme estat de resistance, mais la proposition qui suit monstre comme l'on y doit proceder.

XI. PROPOSITION.

Vn cylindre ou prisme estant donné de la plus grande longueur qu'il puisse auoir sans se rompre par sa propre pesanteur ; & vne plus grande longueur estant donnee, trouuer la grosseur d'vn autre cylindre, ou prisme, qui soit le seul, & vnique plus grand sous cette longueur donnee, qui puisse resister à sa propre pesanteur.

Il faut encore supposer la figure des cylindres qui sont dans la 9. proposition, laquelle on peut remettre à la marge du Liure ; mais afin d'oster ce labeur, l'on trouuera vne fueille au commencement du Liure, qui se desployra & contiendra les figures qui se doiuent repeter.

QVE BC soit le plus grand cylindre pour resister à sa pesanteur, & que FE soit la plus grande longueur donnee, il faut trouuer quelle grosseur doit

estre iointe à la longueur D E, pour estre reduite à l'extremité de sa resistance, comme est B C. Que I soit troisiesme proportionnelle de D E & A C, & comme D E est à I, ainsi le diametre D F au diametre B A; & soit le cylindre F E, ie dis qu'il est l'vnique entre tous ses semblables, qui puisse resister à sa pesanteur.

I
M
O

Que M soit la troisiesme proportionnelle à D E, & I, & que O soit la quatriesme proportionnelle, & que F G soit égale à C A. Et parce que le diametre F D est au diametre A B, comme la ligne D E à I, & que O est la quatriesme proportionnelle, le cube de F D sera au cube de B A, comme D E à O: mais comme le cube de F D à celuy de B A, ainsi la resistance du cylindre D G à celle de B C, donc la resistance du cylindre D G à celle de B C, est comme la ligne D E à O. Et parce que la force du cylindre B C est esgale à sa resistance, si ie monstre que la force du cylindre E F est à celle du cylindre B C, comme la resistance de D F à celle de B A, ou comme le cube de F D à celuy de

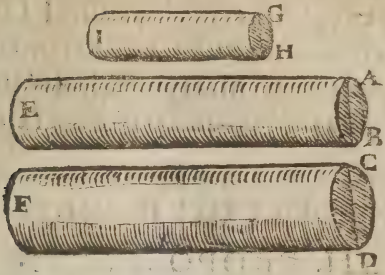
B A, ou comme la ligne D E à O, i'auray ce que ie demande, c'est à dire que la force du cylindre F E sera esgale à la resistance de F D.

La force du cylindre F E est à celle du cylindre D G, comme le quarré de D E à celuy de C A, c'est à dire comme la ligne E D à I, mais la force du cylindre D G, est à celle du cylindre B C, comme le quarré de D F au quarré de B A, ou comme celuy de D E à celuy d'I, ou comme celuy d'I à celuy de M, c'est à dire comme I à O, donc par l'esgalité de raison, comme la force du cylindre F E à celle du cylindre B C, de mesme la ligne D E à O, ou comme le cube de D F à celuy de B A, ou comme la resistance de la base D F à celle de la base B A, qui est ce que l'on cherchoit.

Autre demonstration de la mesme proposition.

SOIT le cylindre H I, dont la base est G H, le plus grand qui puisse soustenir son propre poids auant que de se

rompre, l'on en trouuera vn autre plus



long qui aura la meſme proprieté en cette façon. Soit donc, par exemple, la longueur donnee E B, & que le diametre de la baſe ſoit A B, ſi l'on fait C D troiſieſme proportionnelle à G H & A B, laquelle ſerue de diametre au cylindre F D, de meſme longueur que B E, le cylindre F D ſera celuy que nous cherchons. Et parce que la reſiſtance G H eſt à celle de B A, comme le quarré de G H au quarré de B A, ou comme celuy de B A à celuy de C D, ou comme le cylindre B E au cylindre D, ou comme la force d'A E à celle de F D. Et que la reſiſtance B E eſt à celle de D F, comme le cube de B A au cube de C D, ou comme la force G I, à celle de B E, il s'enſuit par la proportion

inuerse, que la force G I est à celle de C F, comme la resistance de G I à celle de F D, donc le cylindre, ou le prisme F D a mesme raison à sa resistance ou pesanteur, que G I à la sienne. Mais l'article qui suit fait encore la proposition plus generale.

ARTICLE VI.

XII. PROPOSITION.

Le cylindre A C estant donné de telle force, ou resistance, que l'on voudra, & la longueur, D E prise telle qu'on voudra, trouuer la grosseur du cylindre de cette longueur, D E, lequel ait mesme raison à sa resistance, qu'a la force du cylindre A C à la sienne.

Il faut encore supposer la figure des cylindres qui sont dans la 9. proposition, laquelle on peut remettre à la marge du Liure; mais afin d'oster ce labeur, l'on trouuera vne fueille au commencement du Liure, qui se deployra & contiendra les figures qui se doiuent repeter.

PVISQVE la force du cylindre F E a mesme raison à celle de la partie D G, que le quarré E D au quarré F G, comme

l'on voit dans la dixieſme propoſition, & que la force du cylindre F G eſt à celle du cylindre A C comme le quarré de F D à celuy de A B, la force du cylindre F E a meſme raiſon au cylindre A C que le cube de F D au cube d'A B, ou que la reſiſtance de la baſe F D à celle d'A B; ce qui ſe deuoit faire. D'où il conclud, que l'on ne peut faire des nauires, des palais, des temples, des rames, des violes, des chaiſnes de fer, ou autre artifice d'vne grandeur ſemblable iuſques à vne grandeur propoſee; & que les arbres, les hommes, & les autres animaux, ne peuuent arriuer à vne grandeur immenſe, quoy que proportionnee à l'ordinaire, ſans ſe corrompre d'eux-meſmes par leurs propres maſſes, & peſanteurs: ce qu'il fait voir par vn os qui eſt ſeulement en raiſon triplee d'vn autre: de ſorte qu'vn geant ne peut faire les fonctions d'vn homme, ny ſubſiſter, ſi ſes os eſtant proportionnez ne ſont d'vne matiere beaucoup plus dure, & plus reſiſtante. Au contrire, l'on voit que la force ne ſe diminuë pas en meſme proportion que les corps ſe diminuent, mais qu'elle s'augmente: de là vient

qu'vn petit chien en peut porter deux autres, quoy qu'vn cheual eust de la peine à porter vn seul cheual de sa grandeur.

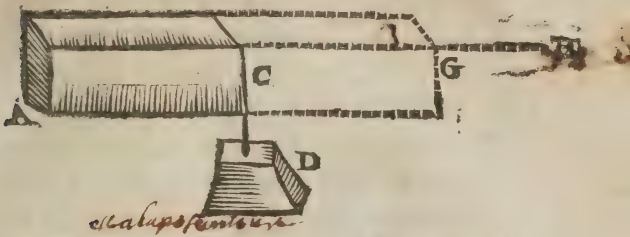
Quant aux baleines, & autres gros poissons, la nature a pourueu que leurs os & leur chair ne fussent pas si pesans que ceux des animaux terrestres, & puis ils ne s'appuyent pas sur leurs membres comme font ceux-cy. Mais ie laisse cette consideration pour venir à vne autre excellente proposition.

XIII. PROPOSITION.

Vn prisme ou cylindre estant donné auec sa pesanteur, & auec le plus grand poids qu'il puisse porter, trouuer la plus grande longueur qu'il puisse auoir, sans se rompre par sa propre pesanteur.

SOIT donné le prisme AC auec sa pesanteur, & semblablement D pour le plus grand poids que ce prisme puisse porter attaché au poinct C, il faut trouuer la plus grande longueur que le susdit prisme puisse auoir auant que de rompre, faisons

faisons que comme la pesanteur du pris-



me A C composee de sa pesanteur, & deux fois autant de pesanteur qu'a le poids D, ainsi la longueur C A à celle de H A, entre lesquelles soit A G moyenne proportionnelle, laquelle donne la longueur cherchee du prisme; parce que la force du poids D en C est esgale à la force d'vn double poids attaché au milieu d'A C, lequel est le centre de pesanteur du prisme A C, donc la force de la resistance du prisme A C attaché au poinct A, est esgalé à la double pesanteur du poids D iointe à la pesanteur d'A C, lors que le poids double de D est attaché au milieu d'A C: & parce que comme ce poids ainsi situé, c'est à dire comme le double du poids D auec la pesanteur d'A C est à la pesanteur A C, ainsi H A à C A, entre lesquelles A G est moyenne propor-

tionnelle, il s'ensuit que le poids double de D ioint à la pesanteur A C est à la pesanteur A C, comme le quarré de G A à celle d'A C : mais la force pressante du prisme G A est à celle d A C, comme le quarré G A au quarré A C, donc A G est la plus grande longueur que l'on puisse donner au prisme A C, ce qu'il falloit trouuer.

ARTICLE VII.

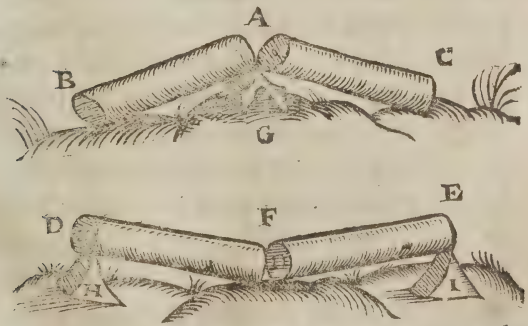
De la force des cylindres, lors qu'ils ne sont plus attachez à vn mur, comme les precedens, mais qu'ils portent seulement sur quelque appuy dans vn poinct pris au milieu, ou entre leurs extremitez.

APRES auoir consideré la force des prismes & cylindres attachez par vn seul bout, afin d'appliquer le poids à l'autre bout, il faut voir quelle est leur force, ou resistance lors qu'ils sont soustenus par leurs deux bouts, ou seulement par quelque poinct pris entre leurs extremitez.

XIV. PROPOSITION.

Ie dy donc premierement que le cylindre pesant sur soy-mesme sera reduit à sa plus grande longueur qu'il puisse auoir auant que de se rompre, soit qu'on l'appuye par ses deux extremitez, ou seulement droit au milieu, lors qu'il sera deux fois aussi long que celuy qui est seellé dans vn mur, ou autrement attaché par l'vne de ses extremitez.

COMME l'on voit en cette figure, car B A C represente vn cylindre rompu au poinct A, ne pouuant se soustenir

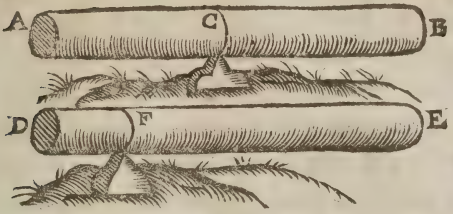


sur le soustien du milieu G lors qu'il a la

longueur B C. Or ce soustien represente le mur, auquel on l'attacheroit, il soustiét B C & D E de mesme que s'ils eussent esté attachez sur l'appuy G. La mesme chose arriue au cylindre D E appuyé par les deux extremitez sur les appuis D H & E I, car si tost que sa moitié D F sera si longue qu'elle ne pourra subsister fichee dans vn mur, au autrement, attachee au bout D, elle se rompra au milieu. Ce qui sert pour sçauoir la force des bancs, des tables, des barres, des poutres, & soliueaux, & de tout ce qui s'appuye sur les deux extremitez.

Mais la question que touche Aristote en vn sens, est plus difficile, la prenant vniuersellement, à sçauoir quelle force peut rompre vn baston ou cylindre que l'on prend par les deux extremitez auec les deux mains, en l'appuyant sur le genoüil, car la question est reduite au leuier, lors que les deux mains sont esgalement esloignees du mitan, soit qu'elles en soient peu ou beaucoup esloignees; mais lors qu'elles en sont inesgalement esloignees, il ne faut pas s'imaginer que la rupture soit aussi aisee que lors que

leur eſloignement eſt eſgal. Comme l'on



voit au cylindre A B qui ſe rompt par le milieu au poinct C : mais ſi le genoüil ou l'appuy du meſme cylindre marqué par D E eſt au poinct F, il faut beaucoup plus de force pour le rompre ; car les forces A & B ſont departies eſgalement, mais la diſtance D F diminuant, la force miſe en D eſt moindre que lors qu'elle eſt en A, ſuiuant la raiſon de la ligne D F à C A, & partant elle doit eſtre augmentee pour eſtre eſgale à la reſiſtance F, ou pour la ſurpaſſer. Mais la diſtance D F ſe peut diminuer à l'infiny à l'eſgard de celle d'A C, donc la force qui doit eſtre miſe en D pour eſtre eſgale à la reſiſtance F peut croiſtre à l'infiny. Au contraire plus F E deuient plus grand que C B, & plus la force E eſgale à la reſiſtance F doit eſtre diminuee : Or cette diſtance F E compa-

ree à la diſtance CD ne peut croiſtre à l'infiny, quoy qu'on approche tant qu'on voudra F vers D, car elle ne peut eſtre deux fois plus grande, partant la force miſe en E pour eſgaler la reſiſtance F ſera touſiours plus de la moitié de la force miſe en B : D'où il eſt aiſé de conclure qu'il faut touſiours augmenter à l'infiny la force coniointe conſideree en E & D, à proportion que F s'approche de D. Or la propoſition qui ſuit monſtre combien il faut plus de force pour rompre ces cylindres, ſuiuant le poinct different pris entre leurs extremitez, auquel l'appuy eſt applique.

ARTICLE VIII.

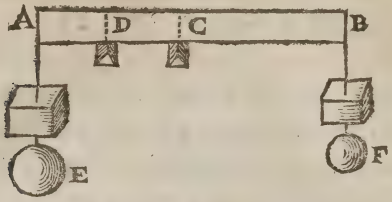
De la force neceſſaire pour rompre vn baſton ſur le genoüil, en le prenant par les deux extremitez auec les deux mains, & en mettant le genoüil en tel lieu qu'on voudra pris entre leſdites extremitez.

XV. PROPOSITION.

Ayant marqué deux points entre les extremitez d'vn cylindre, par leſquels ſa rupture ſe doit faire, les reſiſtances de ſes points ſeront entr'elles comme les rectangles faits des diſtances deſdits points priſes contrairement.

QV'A B ſoient les moindres forces pour rompre le cylindre au poinct C, & E F ſoient les moindres pour le rompre au poinct C, ie dis que la force A B a meſme raiſon à celle d'E F, que le rectangle A D B au rectangle A C B, parce que la force A B eſt à la force E F en raiſon

composee de la force A B à celle de B à



F, & de celle de F à F E; mais comme la force A B à celle de B, ainsi la longueur B A à A C, & comme la force B à F, ainsi la ligne D B à B C, & comme la force F à F E, ainsi la ligne D A à A B, donc la force A B à la force E F est en raison composee des trois susdites, à sçauoir de la ligne B A à A C, de D B à B C, & de D A à A B. Mais des deux D A à A B, & d'A B à A C, se compose la raison de D A à AC, donc la force A B à celle d'E F est en proportion composee de celle de DA à A C, & de celle de D B à B C. Or le rectangle A D B à celuy d'A C B est en proportion composee de la mesme D A à A C, & de D B à B C, donc la force A B à E F mesme raison que le rectangle A D B à celuy d'A C B: c'est à dire que la resistance que le cylindre a pour estre rompu en C, est à

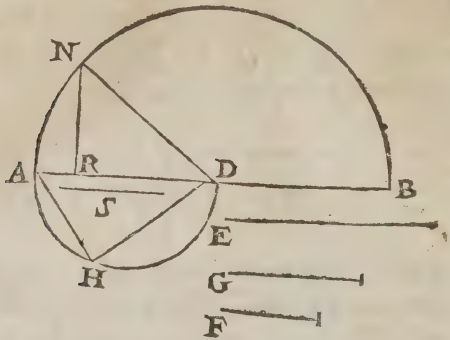
celle qu'il a pour estre rompu en D, comme le rectangle ADB à celuy d'ACB, ce qu'il falloit prouuer. D'où depend la solution du Probleme qui suit.

XVI. PROPOSITION.

Le poids estant donné pour rompre vn cylindre, ou vn prisme droit au milieu, où sa resistance est la moindre de toutes, vn autre plus grand poids estant donné, trouuer le poinct du cylindre, où ce plus grand poids face le mesme effet que le precedent.

QVE ce plus grand poids soit au premier comme la ligne E à F, il faut trouuer vn poinct dans le cylindre auquel le poids soit soustenu comme le plus grand : soit prise la mesme proportionnelle G entre E F, & que A D soit à S comme E à G, S sera moindre qu'AD. Soit A D le diametre du cercle A H D, dans lequel soit appliquee A H esgale à S, & iointe H D, à laquelle soit faite esgale D R, ie dis que le poinct R est celuy que nous cherchions, auquel le second

plus grand poids fera le mesme effet que



le premier D mis au milieu. Soit fait le diametre sur A D moitié d'A B, & soit tiree la perpendiculaire R N, & iointe N D. Et parce que les deux quarrez N R, R D sont esgaux à celuy de N D, ou A D, c'est à dire aux deux quarrez A H, H D, & que H D est esgal au quarré D R, il s'ensuit que le quarré N R, ou le rectangle A R B sera esgal au quarré A H, c'est a dire au quarré S. Or le quarré S est à celuy d'A D, comme F à E, ou comme le plus grand poids en D au second plus grand poids, donc ce second poids fera en R ce que le premier grand faisoit en D, qui est ce que nous cherchions.

Il reste seulement à trouuer la figure

que doit auoir vn solide pour resister esgalement en toutes ses parties, de sorte qu'il rompe aussi aisément par vn mesme poids dans chaque lieu où l'on le mettra: ce que nous ferons dans l'article qui suit.

ARTICLE IX.

De la figure que doit auoir le solide pour se rompre esgalement en tel poinct que l'on voudra: lequel doit estre parabolique.

SI l'on s'imagine le prisme ou soliueau B P C A, la ligne parabolique marquee de B à A, dõnera la figure du solide A B C, qui se rompra aussi aisément par le poids appliqué au poinct I ou Y, comme au poinct A, ou en tel autre lieu qu'on voudra. Or il est aisé de marquer cette ligne en poussant tellemẽt vne boule du poinct B, sur la surface de ce prisme vn peu penchant sur l'orison du costé de C A, qu'elle aille finir son mouuement en A, car elle marquera cette ligne s'il y a vn peu de pouſſiere sur le plan B P C A, ou bien l'ou aura cette figure en laissant pancher vne

petite chaisne sur deux clous attachez horizontalement à vn mur perpendiculairement à l'orison, laquelle descrira vne parabole entiere, dont la moitié donnera la ligne AB. L'Autheur monstre quantité de belles choses de cette ligne dans deux figures particulieres. Il est aisé de ponctuer la ligne marquee par la chaisne, sur du papier, pour transporter la moitié de cette parabole, c'est à dire B F A, sur le prisme, duquel on veut oster le solide parabolique. Où il faut remarquer que le triangle mixte ligne A P B circonscrit à la demie parabole A B C est le tiers du prisme C A P, comme il prouue en monstrant qu'il n'est ny plus grand ny plus petit que ledit tiers.

Mais la chose merite bien d'estre expliquee plus au long, & pour ce sujet ie mets icy son Lemme, qui vaut bien vne bonne proposition.

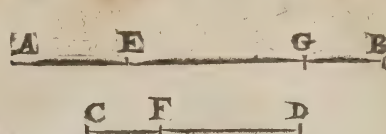
LEMME.

Si l'on a deux balances, ou deux leuiers tellement diuisez par leurs soustiens, que les deux distances, où les deux puissances sont appliquees, soient en raison double des distances où sont les resistances, & que ces resistances soient entr'elles comme leurs distances, les puissances qui soustiennent seront esgales.

SOIENT les deux leuiers AB, & CD, tellement diuisez par leurs soustiens EF, que la distance EB soit à la distance FD, en raison double de la distance EA à la distance FC, ie dis que les puissances mises en B & D soustiendront les resistances A & C, pour estre esgales entr'elles.

Que GE soit moyenne proportionnelle entre BE, & DF, donc comme BE à GE, ainsi GE à DF, & AE à CF, & la resistance d'A à celle de C. Et parce que cõme GE à DF, ainsi AE à CF, il s'ensuit

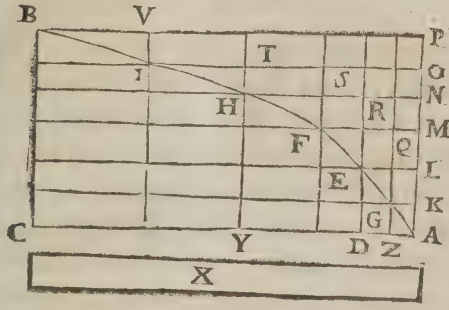
qu'en changeant, G E est à E A, comme



D F à F C; & partant (puis que les leuiers sont diuisez proportionnellement aux poincts F E,) quand la puissance qui est en D, laquelle est esgale à la resistance de C, sera en G, elle sera esgale à la mesme resistance de C en A; mais la resistance d'A est à celle de C, comme E A est à C E, ou B E à G E, donc la puissance G, ou D mise en B, soustiendra la resistance mise en A, ce qu'il falloit prouuer.

Cecy estant posé, soit descrite la ligne hyperbolique B H A, sur le costé du prisme B P C A, de laquelle le sommet soit A, & que le prisme soit coupé par cette ligne, de sorte qu'il ne demeure que le solide B C A, compris par la base du prisme B C, & par la ligne courbe B I H F E A, ie dis que ce solide resistera par tout esgalement. Que la section Y H soit parallele à B C, & soient entendus deux

leuiers soustenus par A [illegible] de sorte que V
la distance de l'vn soit A C, C B, & de
l'autre A Y & Y [illegible]; parce que dans la pa- H
rabole B A C, C A est à A Y, comme le



quarré de B C au quarré Y H, il est euident que la distance du leuier A C, est à la distance de l'autre A Y, en raison double de la distance C B, à celle de H Y. Et parce que la resistance esgale au leuier C A est à celle qui est esgale au leuier A Y, en mesme raison que le rectangle B C au rectangle H Y, qui est la mesme raison que celle de B C à C Y, qui sont les deux distances des leuiers, il est euident par le Lemme precedent, que la mesme force, qui appliquee à la ligne Z, est esgale à la

resistance B C sera aussi esgale à la resistance H Y. Et ainsi on monstrera la mesme chose de tel autre poinct qu'on voudra, pris dans cette ligne parabolique, donc ce solide parabolique resistera par tout esgalement.

Or il est certain que ce qui reste du prisme, apres cette section, ou retranchement conique, est le tiers dudit prisme, parce que la demie parabole B A C, & le rectangle B A, sont les bases de deux solides compris par deux plans paralleles, qui sont en mesme raison que leurs bases; Mais le rectangle B A est sesquialtere de la demie parabole B H A C, donc apres l'auoir coupee, il ne reste que le tiers du prisme.

COROLLAIRE.

L'vtilité de ce solide parabolique est tres-grande, pource que l'on peut diminuer la pesanteur des soliueaux, & de tout ce qui sert en cette qualité à l'architecture, de trente-trois liures pour cent, sans en diminuer la force; ce qui peut encore

encore s'accommoder aux nauires, & dans les autres machines, où la legereté est grandement requise, & recommandee, car elle est de tres-grande importance : de sorte que si les Architectes & les autres artisans sçauent vser de tous les auantages de la parabole, ils surpasseront tout ce que l'on a veu iusques à present, & feront que tous apprendront l'vsage, & la beauté des trois sections Coniques, à sçauoir de la parabole, qui sert pour les miroirs, & de l'hyperbole, & l'elypse qui donnent les figures propres pour faire des lunettes de longue & de courte veuë, des meilleures de toutes les possibles, sans parler de ce qu'elles peuuent apporter aux concerts, dont i'ay parlé tres-amplement ailleurs.

ARTICLE X.

De la force ou resistance des cylindres creusez, comparee à celle des cylindres pleins & solides.

L'AIR & la nature se seruent de cylindres creusez, comme l'on experimen-

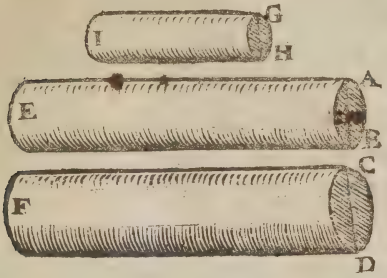
te aux canaux des fontaines, aux arquebuses, cannes, ou roseaux, aux os des oyseaux, aux espics de bled, & en mille sortes de chalumeaux, qui monstrent les effets de la nature, comme si elle cognoissoit que par ce moyen la force s'augmente sans augmenter la pesanteur. Car vn tuyau creusé, soit de bois, de metail, ou d'autre matiere est beaucoup plus fort qu'vn cylindre d'esgale longueur & pesanteur, & par ce moyen l'on peut faire les lances plus fortes, quoy que plus legeres, comme l'on voit dans les propositions qui suiuent.

XVII. PROPOSITION.

Deux cylindres esgaux, & d'esgale longueur, dont l'vn est creux, & l'autre plein & solide, sont entr'eux en mesme raison que les diametres de leurs bases.

IE me sers de la figure des cylindres de la treiziesme proposition pour expliquer celle-cy, qui n'a besoin que des deux plus grands cylindres, desquels il

faut maintenant ſuppoſer que le plus gros F D eſt vuide, & que celuy du milieu



E A eſt tout plein & ſolide, comme ſi on l'auoit oſté de dedans le plus gros.

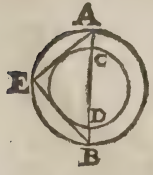
Cecy poſé que ces deux cylindres ſoient d'eſgale peſanteur & longueur, ie dis que la bande circulaire, qui reſte apres que le cylindre ſolide en a eſté oſté, eſt eſgale à la baſe du cylindre ſolide, & que la force du vuide eſt plus grande, car bien que le ſolide E B ſoit eſgal en force à F D, lors que l'on les conſidere comme de ſimples leuiers, parce que leurs deux appuis D & B ſont eſgalement eſloignez des bouts F & E, neantmoins le cylindre vuide F D eſt d'autant plus fort, que le ſolide E B, que ſon contreleuier C D eſt plus grand que B A.

Quant à la force des cylindres ineſgaux en peſanteur, & eſgaux en longueur, l'on trouue la proportion de leur force, & reſiſtance par le probleme qui ſuit : Il faut donc conclure que la reſiſtance du cylindre vuide precedente eſt à celle du plein ſolide, comme le diametre de la baſe de celuy-là, au diametre de la baſe de cetuy-cy.

XVIII. PROPOSITION.

Vn cylindre creux eſtant donné, trouuer vn cylindre ſolide d'eſgale longueur qui luy ſoit eſgal.

QVE le diametre de la baſe du cylindre donné ſoit A B, & le diametre du vuide C D ; appliquez la ligne A E dans le cercle, eſgale au diametre C D, & ioignez B E ; & parce que l'angle A E B eſt droit, le cercle ſur A B eſt eſgal aux deux cercles ſur A E & B E ; mais A E eſt le diametre du vuide, donc le cer-



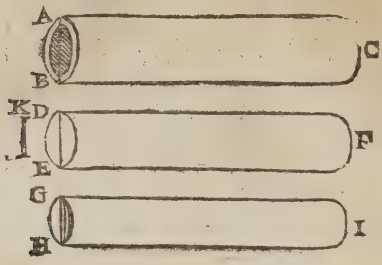
cle sur E B sera esgal à la bande circulaire, A C, P B, & par consequent le cylindre solide, qui a B E pour la base de son diametre, sera esgal au cylindre creusé esgal en longueur. Mais faisons autrement la demonstration.

XIX. PROPOSITION.

Trouuer la raison de la resistance de deux cylindres quels qu'ils soient, pourueu qu'ils soient de mesme longueur.

SOIENT les cylindres A E, & R M d'esgale longueur, l'on aura la raison de leurs resistances, si l'on trouue par la proposition precedente, le cylindre I N esgal à E A : & puis ayant trouué la quatriesme proportionnelle de I L, R S, à sçauoir V, ie dis que la resistance du cylyndre A E est à celle du cylindre R M, comme la ligne A B à la ligne V. Car A

E estant esgal en longueur à E F, la resi-



stance du cylindre vuide sera à celle du solide, comme A B à D E, mais la resistance du cylindre D F est à celle du cylindre H I, comme le cube D E au cube G H, ou comme D E à V, donc la resistance du cylindre creux A E est à celle du cylindre G I, comme B A à V, ce qu'il falloit trouuer.

Fin du second Liure.

LIVRE TROISIESME.

DES NOVVELLES PENSEES DE GALILEE.

Du mouuement esgal ou vniforme.

CE Liure donne la science du mouuement esgal, & vniforme en six propositions, & n'a qu'vne definition, à sçauoir que ce mouuement est celuy dont les parties parcouruës par vn mobile en toutes sortes de temps esgaux, sont esgales : il adiouste, *en toutes sortes de temps esgaux*, à l'ancienne definition, parce qu'il peut arriuer que les espaces parcourus en de moindres parcelles des parties de temps, quoy qu'esgales, ne soient pas esgaux. Il deduit les 4 axiomes suiuans de cette definition.

Premier axiome. L'espace parcouru dans vn plus long temps par le mesme mouuement esgal, est plus grand que l'espace parcouru dans vn moindre tẽps.

II. Le temps pendant lequel vn plus grand espace est parcouru par vn mouuement esgal, est plus long que le temps, pendant lequel vn moindre espace est parcouru.

III. L'espace parcouru d'vne plus grande viteſſe en mesme temps est plus grand que l'espace parcouru d'vne moindre viteſſe.

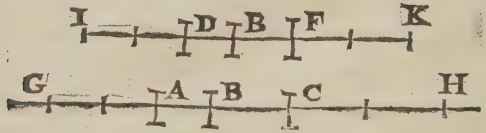
IV. La viteſſe, par laquelle vn plus grand espace est parcouru en mesme temps est plus grande que la viteſſe par laquelle vn moindre espace est parcouru.

Theoreme 1. PROP. I.

Lors qu'vn mobile meu esgalement, & d'vne esgale viteſſe parcourt deux eſpaces, les temps qu'il employe ſont entr'eux comme les eſpaces.

CAR que le mobile meu esgalement parcoure les deux eſpaces A B B C d'vne esgale viteſſe, & que D E ſoit le temps pendant lequel le mouuement A B ſe fait : & E F le temps durant lequel ſe fait le mouuement B C, ie dis que le tẽps D E eſt au temps E F, comme l'eſpace A B, à l'eſpace B C. Que les temps, & les eſpaces ſoient prolongez d'vn coſté & d'autre vers G H & I K, & ſoient marquez ſur A G tant d'eſpaces qu'on voudra esgaux à A B, & autant de tẽps en D I, esgaux au tẽps D E. Et puis ſoient marquez ſur C H tãt d'eſpaces qu'on voudra esgaux à C B, & autant de temps ſur F K, esgaux au temps E F. L'eſpace B G & le temps E I ſeront esgalement multiples de l'eſpace B A, & du temps E D, quelque

nombre d'espaces & de temps que l'on puisse prendre : semblablement l'espace H B & le temps K E seront esgalement multiples de l'espace B A, & du temps E D, quelque nombre d'espaces & de tẽps que l'on puisse prendre : semblablement l'espace H B, & le temps K E seront esgalement multiples de l'espace C B & du temps F E. Et parce que D E est le temps du mouuement qui se fait sur A B, tout E I sera le temps de tout B G, parce que nous supposons le mouuement esgal. Qu'il y ait sur E I autant de temps esgaux au temps D E, comme il y a d'espaces sur B G esgaux à l'espace B A, l'on conclura aussi que K E est le temps du mouuement fait sur H B.



Or puis que le mouuement est supposé esgal, si l'espace G B estoit esgal à l'espace B H, le temps I E seroit esgal au temps E K : & si G B est plus grand que B H, I E sera aussi plus grãd qu'E K, & s'il est moin-

dre, il ſera moindre. Nous auons donc quatre grandeurs, la premiere A B, la ſeconde B C, la troiſieſme D E, & la quatrieſme E F, & nous auons pris des equimultiples de la premiere, & de la troiſieſme, ou de l'eſpace A B & du temps D E, à ſçauoir le temps I F, & l'eſpace G B; & i'ay demonſtré qu'ils eſtoient eſgaux, ou qu'ils eſtoient plus ou moins grands que le temps E K, & l'eſpace B H equimultiples de la ſeconde & de la quatrieſme. Donc la premiere, c'eſt à dire l'eſpace A B, a meſme raiſon à la ſeconde, c'eſt à dire à l'eſpace B C, que la troiſieſme à la quatrieſme, c'eſt à dire que le temps D E au temps E F, ce qu'il falloit demonſtrer.

Theor. 2. PROP. II.

Si le mobile parcourt deux eſpaces en temps eſgaux, ces eſpaces ſeront entr'eux comme les viteſſes; & ſi les eſpaces ſont comme les viteſſes, les temps ſeront eſgaux.

SOIENT dans la figure precedente les deux eſpaces A B, C B, parcourus en

des temps esgaux, & l'espace A B auec la viteſſe D E, & l'espace B C auec la viteſſe E F, ie dis que l'espace A B est à l'espace B C, comme la viteſſe D E à la viteſſe E F, car ſi l'on prend, comme cy-deuant, les equimultiples, tant des espaces, que des viteſſes, en telle multitude qu'on voudra, à ſçauoir G B & I E multiple d'A B & D E, & ſemblablement H B & K E multiples B C & E F, l'on conclura la meſme choſe, que cy-deſſus, à ſçauoir que les multiples G B, I E ſeront ou moindres, ou eſgales, ou plus grandes que les equimultiples B H, & E K; donc cette propoſition eſt demonſtree.

Theor. 3. PROP. III.

Les temps des mobiles portez de differentes viteſſes par vn meſme eſpace, ſont en raiſon retiproque deſdites viteſſes.

SOIT A la plus grande viteſſe, & B la moindre, & que ſelon l'vne & l'autre, le mobile ſe meut de C en D, ie dis que le temps, auquel la viteſſe A parcourt

l'eſpace C D, eſt au temps, pendant lequel la viteſſe B parcourt le meſme eſpace, comme la viteſſe B eſt à la viteſſe A. Car que C D ſoit à C E, comme A à B, donc par la propoſition precedente, le temps auquel la viteſſe A parcourt l'eſpace C D, ſera le meſme, pendant lequel la viteſſe B parcourt l'eſpace C E. Mais le temps durant lequel la viteſſe B parcourt C E eſt au temps, pendant lequel la viteſſe A parcourt l'eſpace C D, comme C E à C D, donc le temps auquel la viteſſe A parcourt C D, eſt au temps auquel la viteſſe B parcourt le meſme eſpace C D, comme C E à C D, c'eſt à dire comme la viteſſe B à la viteſſe A, ce qu'il falloit demonſtrer.

Theor. 4. PROP. IV.

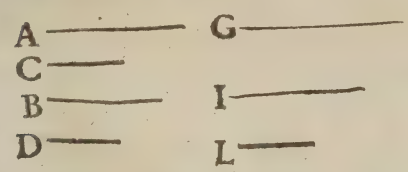
Si deux mobiles sont portez d'vn mouuement esgal, & neantmoins d'vne viteſſe ineſgale, les eſpaces qu'ils font en temps ineſgaux, ſeront en raiſon compoſee de la raiſon des viteſſes, & de celle des temps.

SVPPOSONS que les deux mobiles E F ſoient meus d'vn mouuement eſgal, ou vniforme, & que la raiſon de la viteſſe du mobile E ſoit à la viteſſe du mobile F, comme A à B, & que la raiſon du temps auquel ſe meut E, ſoit au tẽps, auquel ſe meut F, comme C à D, ie dis que l'eſpace parcouru par E, auec la viteſſe B dans le temps C, eſt à l'eſpace parcouru par F auec la viteſſe B, dans le temps D, en raiſon compoſee de la raiſon de la viteſſe A à la viteſſe B, & de la raiſon du temps C au temps D.

Que G ſoit l'eſpace parcouru par E, auec la viteſſe A dans le temps C, & que G ſoit à I, comme la viteſſe A à la viteſſe B : Et que I ſoit à L, comme le temps C

au temps D, il eſt euident que I eſt l'eſpace, par lequel ſe meut F en meſme tẽps, auquel E a parcouru G, parce que les eſpaces G I ſont comme les viteſſes A B.

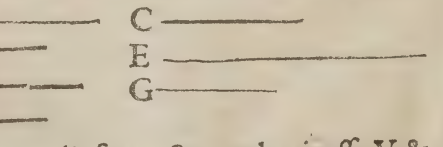
Et parce que I eſt à L, comme le temps C au temps D; & que I eſt l'eſpace parcouru par le mobile F dans le temps C, L ſera l'eſpace, parcouru par F dans le temps D auec la viteſſe B. Or la raiſon de G à L eſt compoſee des raiſons de G à I, & d'I à L, à ſçauoir des raiſons de la viteſſe A à la viteſſe B, & du temps C au temps D, donc la propoſition eſt vraye.



Theor. 5. PROP. V.

Si deux mobiles sont meus d'vn mouuement vniforme, & que les viteſſes soient ineſgales, & les eſpaces ineſgaux, la raiſon des temps ſera compoſee de la raiſon des eſpaces, & de celle des viteſſes priſes reciproquement.

SOIENT les deux mobiles A B, & que la viteſſe d'A ſoit à celle de B, comme V à T, & les eſpaces parcourus, comme S à R, ie dis que la raiſon du temps, auquel A eſt meu, au temps, durant lequel B eſt meu, eſt compoſee de la raiſon de la viteſſe de T à celle d V, & de la raiſon de l'eſpace S à l'eſpace R. Que C ſoit le tẽps du mouuement A, & que le temps C ſoit au temps E, comme la viteſſe de T à celle d V. Et parce que C, eſt le temps, auquel



A parcourt l'eſpace S, auec la viteſſe V, & que

que comme la viteſſe T du mobile B eſt à la viteſſe V, ainſi le temps C au temps E, le temps E ſera celuy, que le mobile B employeroit à parcourir le meſme eſpace S.

En troiſieſme lieu, que le temps E ſoit au temps G, comme l'eſpace S à l'eſpace R, il eſt euident que G eſt le temps, auquel B parcourut l'eſpace R. Et parce que la raiſon de C à G eſt compoſée des raiſons de C à E, & d'E à G; & que la raiſon de C à E eſt la meſme que celle des viteſſes des mobiles A, B, priſes reciproquement, c'eſt à dire que la raiſon de T à V; & que la raiſon d'E à G eſt la meſme que celle des eſpaces S R, la propoſition eſt veritable.

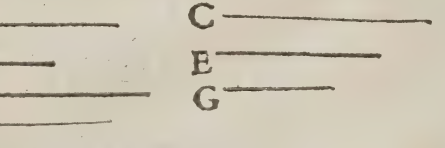
Theo. 6. PROP. VI.

Si deux mobiles ſont meus d'vn mouuement eſgal, la raiſon de leurs viteſſes ſera compoſee de celle des eſpaces parcourus, & de celle des temps, priſ contrairement.

QVE les deux mobiles A B ſoient meus d'vn mouuement vniforme, &

que les espaces qu'ils auront parcourus soient comme V à T, & les temps de leurs courses, comme S à R, ie dis que la vitesse du mobile A à celle du mobile B est composee de la raison de l'espace V à l'espace T, & de celle du temps R au temps S. Que C soit la vitesse, dont le mobile A parcourt l'espace V, dans le temps S, & que C à E ait mesme raison q'V à T, E sera la vitesse, dont le mobile B parcourt l'espace T, dans le temps S.

Or si la vitesse E est à celle de G, comme le temps B au temps S, G sera la vitesse, dont le mobile B fait l'espace T, dans le temps R.



Nous auons donc la vitesse C, auec laquelle le mobile A fait l'espace V, dans le temps S ; & la vitesse G, dont le mobile B fait l'espace T, dans le temps R. Or la raison de C à G est suppose la mesme

que celle de l'espace T; & la raison d'E à G, est la mesme que celle de R a S, donc la proposition est demonstree.

Fin du troisiesme Liure.

LIVRE QVATRIESME.

DES NOVVELLES PENSEES DE GALILEE.

De la proportion dont les corps pesans hastent leur vitesse en descendant vers le centre de la terre.

ARTICLE PREMIER.

Contenant les suppositions & les experiences de Galilée.

L'EXPERIENCE fait voir qu'vn corps pesant, comme sont les metaux, les pierres, les bois, &c. hastent tellement leur cheute commencee, qu'à chaque mouuent de temps ils acquierent de nou-

ueaux degrez de viteſſe, dont l'augmentation eſt vniforme, car ils en acquierent autant au premier moment qu'au ſecond, au ſecond qu'au troiſieſme, & ainſi des autres, iuſques au centre, ſi nous ſuppoſons que le milieu n'empeſche point; car Galilée ne le conſidere point, & parle de ces deſcentes comme ſi elles ſe faiſoient dans le vuide, dans lequel chaque corps deſcendroit d'vne eſgale viteſſe, comme i'ay dit dans le premier Liure. Ce mouuement naturel ſe peut ainſi definir. *Le mouuement naturel qui augmente ſa viteſſe vniformement, & eſgalement, eſt celuy qui depuis ſon repos iuſques à la fin de ſa cheute acquiert des degrez eſgaux de viteſſe en des temps eſgaux.* Car à chaque partie de temps, pour petit qu'il puiſſe eſtre, il arriue quelque degré de viteſſe à ce mouuement: par exemple, le degré de viteſſe acquiſe dans la premiere partie de tẽps iointe au degré de la viteſſe acquiſe dans la ſeconde partie de temps: eſt double du degré acquis en ladite premiere partie de temps; la viteſſe acquiſe en trois tẽps eſt triple, & ainſi des autres iuſques à l'infiny: de ſorte que ſi le mobile deſcen-

doit selon le degré acquis en la premiere partie sans changer cette viteſſe, ſon mouuement ſeroit deux fois plus tardif que celuy qui ſe feroit par le degré acquis dans deux temps : c'eſt pourquoy nous pouuons faire ſeruir l'eſtenduë du temps pour l'intention, ou la graduation de la viteſſe. Et comme il y a vne infinité d'inſtans en chaque partie de temps, l'on peut en remontant vers le repos d'où le mobile commence à deſcendre, trouuer des tardiuetez touſiours plus grandes iuſques à l'infiny, de maniere que ſi vne pierre n'augmẽtoit point la viteſſe acquiſe dans vn certain temps, elle ne deſcendroit pas la longueur d'vn pied dans vn an, comme i'ay demonſtré dans la ſeptieſme propoſition du ſecond Liure des Mouuemens, dans lequel i'ay traicté ſi amplement de ce mouuement naturel, de ſa proportion, & de ſes accidens, qu'il peut ſuppleer ce qui manque icy.

Galilée prouue cette tardiueté par le peu d'effet d'vn corps peſant qui deſcend ſeulement d'vn pied, ou d'vn pouce de haut ſur quelque pieu, comme l'on fait

auec les beliers en fichant des pieux dans les lieux marescageux pour bastir : car plus le coup du belier, qui tombe dessus, a d'effort, & plus il va viste : ce qu'il acquiert en descendant de plus haut. Mais il est difficile de donner la raison pourquoy cette viteſſe s'augmente ainsi. Les vns disent que c'est par la diminution de l'impetuosité imprimee aux corps pesans, esquels mesme on la peut considerer, quoy qu'on les retienne simplement auec la main, ou qu'ils soient appuyez sur la terre, parce que l'empeschement qu'ils souffrent, est vne mesme chose que la violence de l'impetuosité, de sorte que la viteſſe de la cheute s'augmente en mesme raison que cette violence ceſſe : les autres disent que c'est à cause que le mobile approche du centre de la terre, ou parce qu'il reste moins d'air à fendre, ou que l'air de derriere le chasse & le presse touiours de plus en plus : il ne se soucie pas icy de donner la vraye raison de cette viteſſe, mais on la trouuera dans la dix-neufiesme proposition du troisiesme Liure des Mouuemens, & dans son second Corollaire.

Il refute en suite la pensee de plusieurs, qui disent que la viteſſe croiſt en meſme raiſon que les eſpaces, par exemple, que la viteſſe acquiſe en quatre eſpaces eſt double de celle qui eſt acquiſe en deux, car il s'enſuiueroit de là que le mobile feroit auſſi-toſt quatre braſſes comme deux : neantmoins cecy ſe peut entendre d'vne veritable façon ; car pourquoy ne peut-on pas dire que la viteſſe eſt plus grande à proportion des plus grands eſpaces parcourus? mais il ne faut pas nous eſloigner de l'intention de l'Autheur, qui ſuppoſe qu'vn meſme mobile roulant ſur des plans differens, acquiert vn eſgal degré de viteſſe, lors que ces plans ont vne meſme hauteur ; par exemple, ſi l'vn des plans inclinez à huict toiſes de long, & l'autre vne ſeule toiſe, lors que le mobile eſt arriué à la fin de la huictieſme toiſe, il va ſeulement auſſi viſte que celuy qui eſt à la fin de ſa toiſe, & ſi la hauteur perpendiculaire de ces plans n'a qu'vn pouce, le mobile ira auſſi viſte à la fin de ce pouce, comme il va à la fin deſdits plans.

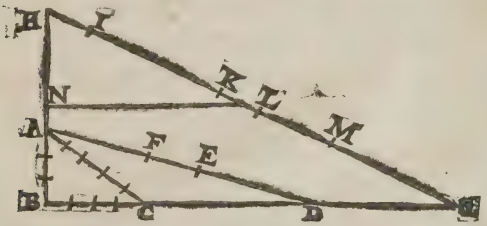
D'où il s'enſuit encore qu'vn poids

attaché à vne chorde longue ou courte aquiert vne viteſſe, & vne force eſgale, lors qu'il remonte auſſi haut à l'eſgard de la ligne perpendiculaire à l'orizon, cõme il arriue lors qu'ayant attaché deux chordes, l'vne de trois pieds, & l'autre d'vn pied, qui deſcendent auſſi bas l'vne que l'autre, l'on eſleue les deux poids par leurs arcs à meſme hauteur d'orizon, de ſorte que ſi le poids de celle qui eſt trois fois plus courte, pouuoit ſe tranſporter à la plus longue, il auroit acquis dans cette plus courte la force de parcourir l'arc trois fois plus grand de la chorde plus longue. Et ſi l'on oſte tous les empeſchemens, l'on peut dire la meſme choſe des plans droits inclinez, ou non inclinez; à l'extremité deſquels le poids acquiert la force de remonter auſſi haut que le lieu dont il eſt party.

Il faut donc demeurer d'accord, comme d'vne maxime fondamentale, *que les degrez de viteſſe acquis par vn mobile deſcendant ſur des plans differemment inclinez, ſont eſgaux, quand leurs eſleuations ſont eſgales*: par exemple, ſi vne boule deſcend tout au long d'vn plan incliné long de

quatre toiſes, & dont la hauteur ſoit d'vne toiſe, elle aura acquis vne viteſſe eſgale lors qu'elle aura fait vne toiſe par le plan perpendiculaire, & quatre par l'incliné, & ainſi des autres.

Ce que l'on comprendra mieux par cette figure, qui nous ſeruira encore pour d'autres propoſitiõs; ſoit dõc H B le plan perpendiculaire de cette hauteur telle qu'on voudra, & B G la ligne horizontale, ie dis que la boule qui aura deſcendu de H en B, aura iuſtement autant acquis de degrez de viteſſe, que celle qui aura deſcendu par le plan incliné H G.



De meſme, la boule qui aura roulé de H en K, ou d'A en D, ou en C, aura acquis autant de viteſſe, que ſi elle eſtoit deſcenduë de H en N, ou d'A en B: parce qu'en l'vne & l'autre de ſes deſcẽtes, elle s'approche eſgalement du centre de la

terre : ce qui eſt auſſi conſiderable, comme il eſt veritable : & d'où il eſt aiſé de conclure qu vn mobile peut acquerir vne eſgale viteſſe par vne infinité de plans differens tous de meſme hauteur : & qu'il peut faire cent ou mille lieuës auant que d'acquerir autant de viteſſe comme il en acquiert en deſcendant par vn plan perpendiculaire d'vn pied, ou d'vn pouce de hauteur, comme i'ay monſtré fort amplement dans le ſecond Liure des Mouuemens.

Mais auant que de paſſer outre, il faut conſiderer l'experience de Galilée, afin de voir l'appuy de ſon diſcours. Ayant donc pris vn ais long de douze braſſes, qui font enuiron vingts pieds, & large d'vn pouce, il l'a leué vne ou deux braſſes ſur l'orizon, & ayãt laiſſé deſcendre pluſieurs fois vne boule de bronze bien polie, tout au long dudit plan, il a touſiours remarqué le tẽps de cette cheute ſi exact, & ſi iuſte, qu'il n'y a iamais trouué à redire de la dixieſme partie d'vne ſeconde minute, & puis l'ayant laiſſé deſcendre du quart de ce plan (dans lequel il y a vn canal pour la conduite de la boule) c'eſt

à dire de trois brasses, il a tousiours remarqué que le temps de cette cheute est precisément la moitié de la cheute totale. Et finalement ayant pris les deux tiers, les trois quarts, &c. dudit plan, il a tousiours trouué que les espaces parcourus sont en raison doublee des temps, c'est à dire comme les quarrez des tẽps, qu'il a mesurez en pesant l'eau qui couloit du fond d'vn seau attaché en haut, par vn petit robinet, attaché fermement audit fond ; car ayant pesé cette eau receuë dans vne phiole, auec des balances fort iustes, à chaque descente de la boule, il a remarqué plus de cent fois que les quãtitez, & pesanteurs des eaux coulees, durant les differentes descentes, ont tousiours esté en raison sous-doublee desdites descentes.

REMARQVE.

I'ay trouué les mesmes proportions en laissant tomber des boules de plomb, & de toute autre sorte de matiere, en toutes sortes de hauteurs depuis vn pied iusques à cent quarante-sept pieds de haut, lors que la boule n'a point esté plus lege-

re que la douzieſme partie de celle de plomb, car lors que la boule eſt de liege, ou de moüelle de ſureau, &c. elle commence bien ſenſiblement à perdre cette proportion de viteſſe, à ſçauoir dés les vingt-quatre premiers pieds de ſes deſcentes, & meſme beaucoup pluſtoſt, à raiſon du grand empeſchement de l'air, comme l'on peut voir dans le ſecond & troiſieſme Liure de nos Mouuemens, & dans la premiere obſeruation Phyſique. Mais puis que Galilée ne veut pas conſiderer l'empeſchement de l'air dans ſon Traicté, dans lequel il ſuppoſe que les mobiles deſcendent dans le vuide, ie laiſſe maintenant cette difficulté, afin de venir à ſes propoſitions.

ARTICLE II.

Contenant les quatre premieres propositions de Galilée.

PROPOSITION I.

Le temps qu'vn mobile employe à parcourir quelque espace en hastant sa course vniformement depuis le poinct de son repos, est egal au temps qu'il employeroit à parcourir le mesme espace d'vn mouuement egal, dont la viteſſe seroit double du dernier, ou plus grand degré de viteſſe du premier mouuement qui hastoit sa course vniformement.

L'On peut voir la demonſtration de cette propoſition dans la ſecõde propoſition du ſecond Liure de nos Mouuemens Harmoniques ; ce que i'explique icy par les nombres qui repreſentent l'augmentation de la viteſſe, du mouuement, à ſçauoir par 1, 3, 5, & 7, qui mon-

ſtrent que le mobile faiſant vn pied au premier temps, en fait 3 au ſecõd, cinq au troiſieſme, & 7 au quatrieſme, ou dernier ; dont la fin eſtant le commencement du quatrieſme temps, & par conſequent du huictieſme degré de viteſſe, il faut prendre quatre pour la moitié de la viteſſe ; car il eſt conſtant que ſi le mobile commence ſon mouuement par 4 degrez de viteſſe, ſans l'augmenter, il fera le meſme chemin A E en 4 temps, auſſi bien que quand il augmente ſa viteſſe, puis que 4 fois 4 font auſſi bien 16, que 1, 3, 5, & 7. Ce que pluſieurs entendront plus aiſément, que ſi i'euſſe vſé de figures, comme i'ay fait dans ladite ſeconde propoſition. D'où il appert que le mobile feroit deux fois autant de chemin, c'eſt à dire le double d'A E, s'il pourſuiuoit à deſcendre autant de temps qu'il en employe depuis A, iuſques à E, c'eſt à dire 4 temps, car puis qu'il a acquis 16 degrez de viteſſe en E, il feroit 4 fois 8, c'eſt à dire 32 eſpaces.

A
1 B
3 C
5 D
7
E

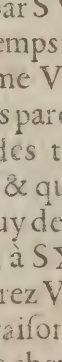
PROPOSITION II.

Lors que le mobile descend du poinct de son repos, en augmentant sa viteſſe, les eſpaces qu'il parcourt en des temps donnez, ſont entr'eux en raiſon doublee de ſdits temps, c'eſt à dire comme leurs quarrez.

SI l'on entend la premiere propoſition, celle-cy n'a que faire de preuue, car les 4 eſpaces, 1, 3, 5, 7, font 16, lequel 16 eſt le quarré des 4 temps, cõme les trois premiers nombres 1, 3, 5, font 9 pour le quarré de trois temps, & ainſi des autres, iuſques à l'infiny, comme i'ay monſtré fort au long dãs la premiere propoſition du ſecond Liure des Mouuemens. Or il deduit deux Corollaires de cette propoſition, dont le premier eſt, que ſi l'on prend tant de tẽps eſgaux que l'on voudra, qui ſe ſuiuent immediatement depuis vn, & depuis le commencement du mouuement, les eſpaces parcourus ſeront entr'eux comme les nombres impairs qui commencẽt par l'vnité, comme l'on

l'on voit aux nombres precedens, 1, 3, 5, 7, &c.

Le second Corollaire fait voir que si l'on prend deux espaces, tels qu'on voudra, depuis le commencement du mouuement, parcourus en tels temps qu'on voudra, les temps seront entr'eux comme l'vn des espaces donnez à l'espace moyen proportionnel entre les deux espaces donnez. Car ayant pris ces deux espaces, par exemple, S T & S V, entre lesquels S X soit le moyen proportionnel, le temps de la cheute par S T, est à celuy de la cheute par S V, comme S T à S X, ou bien le temps par S V, est au tẽps par S T, comme V S à S X, car puis que les espaces parcourus sont en raison doublee des temps, ou comme leurs quarrez, & que la raison de l'espace V S à celuy de S T, est double de la raison V S, à S X, ou mesme que celle des quarrez V S & S X, il est euident, que la raison des temps durant lesquels se font les cheutes par S V & S T, est la mesme que celle des espaces V S & S X. Ce qui est aussi veritable des cheutes qui se font sur les plans inclinez, que



de celles qui se font perpendiculairement.

PROPOSITION III.

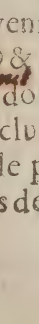
Lors qu'vn mesme mobile se meut du poinct de son repos sur vn plan incliné, & par le plan perpendiculaire de mesme hauteur, les temps de ses cheutes sont en mesme raison que la longueur desdits plans.

IL ne faut qu'vn exemple pour entendre cette proposition; donc si l'on s'imagine deux plans de mesme hauteur perpendiculaire, dont l'vn ait vne toise, & l'autre six, si le mobile tombe dans vn moment sur le plan d'vne toise de long, il tombera dans six momens sur le plan long de six toises, & ainsi des autres iusques à l'infiny. Mais la proposition qui suit semble vn peu plus difficile.

PROPOSITION IV.

Les temps des cheutes sur des plans égaux, mais inégalement inclinez, sont entr'eux en raison sous-doublee de leurs hauteurs, prise à rebours.

VN exemple rendra cette proposition bien aisee à conceuoir. Soient donc appliquez deux plans obliques au poinct B de la perpendiculaire B D, dont l'vne s'incline de 45 degrez, & l'autre de 20, & que B D soit la hauteur du moins incliné, & B E celle du plus incliné; la raison des temps, pendant lesquels se font les cheutes sur lesdits plans inclinez, seront en mesme raison que B D à B I, prise à rebours: de sorte qu'il faut seulement trouuer la moyenne proportionnelle B I, entre B D & B E. Or D B à B I est en raison doublee de D B à B E. D'où il conclud que le temps de la cheute sur le plan de la hauteur de B E, est au temps de celle qui se fait sur le plan de



meſme longueur, qui a la hauteur BD, comme DB eſt à BI.

ARTICLE III.

Contenant les propoſitions du mouuement depuis la VI. iuſques à la XII.

CE T article contient l'explication des propoſitions de Galilée, depuis la 6 iuſques à la 12, mais parce que ie ne mets pas les figures, il ſe faut rendre fort attentif pour les entendre.

PROPOSITION V.

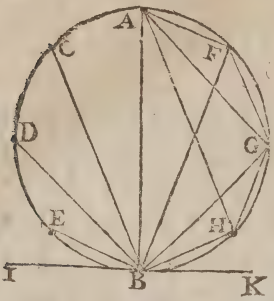
La raiſon des temps, pendant leſquels les cheutes ſe font ſur des plans de differente inclination, longueur & hauteur, eſt compoſee de la raiſon de leurs longueurs, & de la raiſon alternatiue ſousdoublee de leurs hauteurs, ou eleuations.

PROPOSITION VI.

Si l'on applique tant de plans que l'on voudra, ſoit au haut, ou au bas d'vn cercle perpendiculaire à l'orizon, les cheutes ſe feront en des temps égaux ſur tous ces plans, à quelque partie de la circonferance qu'ils ſe puiſſent terminer.

CE qui s'entendra fort bien par la ſeconde figure de la ſeptieſme additiõ faite aux Mechaniques de Galilée, où cette propoſition a eſté expliquee. Soit dõc le cercle B D A G eſleué perpendiculairement ſur l'orizon I K au poinct B ; la

cheute du mobile se fera en mesme tẽps depuis A iusques à B par le diametre, que par la soustenduë A F, ou A G, ou A H, ou F B, ou G B, ou H B, de sorte que quelque ligne que l'on tire



du poinct A, ou du poinct B iusques à la circonference du cercle, la cheute se fait tousiours sur chacune dans vn mesme temps. D'où il s'ensuit que les plans sur lesquels les descẽtes se font en temps esgaux, lors qu'ils commencent au mesme poinct, comme ils sont icy en A, ou en B, sont dans le demicercle, dont le plan perpendiculaire est le diametre, comme est icy B A, & par consequent que la ligne tiree de l'extremité inferieure du plan incliné, sur l'extremité inferieure du perpendiculaire, fait vn angle droit auec ledit perpendiculaire, comme l'on voit aux deux figures de la huictiesme addition que nous auons faite aux Mechaniques de Galilée, laquelle il

eſt à propos de relire icy, pour ſçauoir la longueur du plan perpendiculaire, que feroit le mobile, lors qu'on ſçait le plan incliné, ou au contraire. Et ſi du meſme poinct A l'on s'imagine vne infinité de plans qui deſcendent d'vn coſté & d'autre du diametre A B, & que l'on arreſte les boules qui auront deſcẽdu en tẽps eſgaux, les poincts des arreſts feront vn cercle parfait, par exemple, ils deſcriront le cercle A G B D; & parce que l'on peut les arreſter plus ou moins loing du poinct A en raiſon donnee, ils deſcriront des cercles de telle grandeur qu'on voudra.

PROPOSITION VII.

Lors que les hauteurs des plans ſont en raiſon doublee de leurs longueurs, les cheutes ſe font en temps eſgaux.

PAR exemple, ſi la hauteur de l'vn des plans inclinez à tel angle qu'on voudra, a deux pieds, & l'autre huict, & que l'vn deſdits plans inclinez ait vn pied de long, & l'autre deux, les cheutes qui

se feront dessus se feront en mesme tẽps, ou dans vn temps esgal, parce que leurs hauteurs 8 & 2 sont en raison doublee de leurs longueurs 2 & 1.

PROPOSITION VIII.

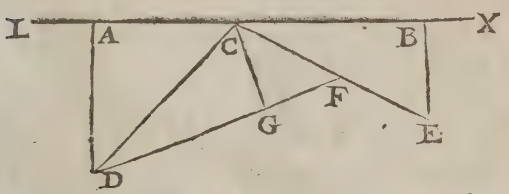
Si l'on considere les plans coupez par vn mesme cercle, ceux qui se terminent à l'extremité du diametre, soit en haut, ou en bas, requerent des temps égaux à celuy de la cheute par le diametre; mais quand les plans n'arriuent pas iusques au diametre, les temps sont plus courts; & s'ils coupent le diametre en passant au delà, les temps sont plus longs.

CETTE proposition est si facile à entendre, si l'on comprend la sixiesme, qu'il n'est pas besoin de s'y arrester.

PROPOSITION IX.

Si d'vn poinct pris en la ligne horizontale, l'on incline des plans comme l'on voudra, qui soient coupez par vne ligne qui face entr'eux des angles alternatiuement égaux aux angles compris par le mesme plan, & par la ligne horizontale, les cheutes se feront en des temps égaux sur les parties des plans coupez par ladite ligne.

QVE du poinct C, pris dans la ligne horizontale L X, les deux plans C D & C E inclinez soient tirez cõme on vou-

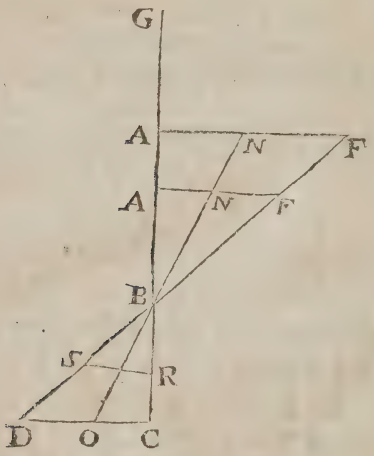


dra, & en tel poinct de CD qu'on voudra, soit fait l'angle C D F, esgal à l'angle X C E. Que D F coupe tellement le plan C E en F, que les angles CDF, C F D, soiẽt esgaux aux angles X C E, L C D pris alternatiuement. Ie dis que les temps des cheutes par C D & C F seront esgaux.

PROPOSITION X.

Les temps des cheutes, qui se font sur des plans d'égale hauteur, & differens en leurs inclinations, ont mesme raison entr'eux, que la longueur desdits plans; soit que les cheutes commencent de leurs points de repos, ou qu'elles ayent esté precedees par d'autres cheutes de mesme hauteur.

PAR exemple, que les mobiles descendent par les plans A B C, & A B D, iusques à l'orizon D C, de sorte que la cheute A B precede celle de B D, & de B C, ie

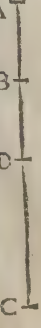


lis que le temps de la cheute par B D eſt au temps de la cheute par B C, comme la longueur B D à la longueur B C.

PROPOSITION XI.

Le plan, ſur lequel ſe fait la cheute, depuis le poinct du repos, eſtant diuiſé comme l'on voudra, le temps de la cheute ſur la premiere partie, ſera à celuy qui ſe fait ſur la ſuiuante, comme la premiere partie à l'excez, par lequel elle eſt ſurmontee par la moyenne proportionnelle entre le plan total, & cette premiere partie.

CE que i'explique par la ligne qui ſuit, dans laquelle ſi l'on ſuppoſe que la cheute ſe faſſe depuis le poinct A, iuſques en D, ſi l'on diuiſe la ligne A D comme l'on voudra, par exemple en B, & que C A ſoit moyenne proportionnelle entre A D & A B, C B ſera l'excez de la moyenne C A, par deſſus la partie A B, ie dis que le temps de la cheute par A B, eſt au temps du reſte de la cheute par B D, comme A B eſt à C B. Ce que ie demonſtre, parce que le temps de la cheute par A D à celuy de la cheute par



AB, est comme AB à CA, donc en diuisant, le temps de la cheute par AB sera au temps de la cheute par BD, comme AB est à CB. Partant si l'on suppose que le temps de la cheute sur AB soit AB mesme, le temps de la cheute sur BD sera CB, ce qu'il falloit demonstrer.

ARTICLE IV.

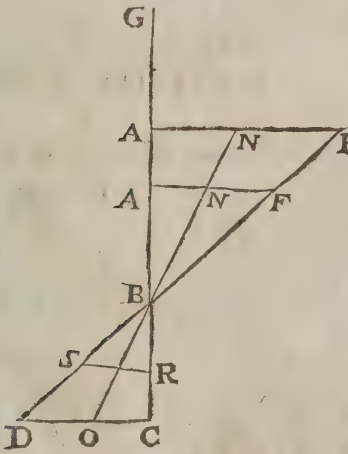
Contenant les propositions des mouuemens, depuis la douziesme iusques à la quatorziesme.

PROPOSITION XII.

Si le plan perpendiculaire, & l'incliné sont coupez entre les mesmes lignes horizontales, & si l'on prend leurs moyens proportionnels, & ceux de leurs parties compriſes entre la section commune, & par la ligne horizontale superieure, le temps de la cheute par le plan perpendiculaire sera à celuy de la cheute, qui se fait dans la partie superieure dudit plan perpendiculaire, & en suite sur la partie inferieure du

plan incliné, comme la longueur entiere du plan perpendiculaire, à la ligne composée de la moyenne proportionnelle prise dans le plan perpendiculaire, & de l'excez par lequel le plan total incliné surpasse sa moyenne proportionnelle.

SOIT l'orizon superieur A F, & l'inferieur C D, entre lesquels soient cou-



pez le plan perpendiculaire A C, & l'incliné D F au poinct B : & que A R soit

moyenne proportionnelle entre A C & A B, & semblablement F S soit moyenne proportionnelle entre B F & F D, ie dis que le temps de la cheute par le plan A C est à celuy de la cheute par A B ioint à B D, comme A C à A R iointe à S D, qui est l'excez du plan D F sur F S. Il arriue la mesme chose, si au lieu du plan perpendiculaire A C, l'on prend tel autre plan qu'on voudra, comme est N O.

PROPOSITION XIII.

Le plan perpendiculaire estant donné, luy appliquer tellement vn plan incliné de mesme hauteur, que la cheute se fasse sur ce plan incliné en mesme temps que sur ledit plan perpendiculaire, lors que la cheute commence de son poinct de repos.

SI dans la figure precedente l'on fait que C O soit esgal à B C, & qu'ayant mené la ligne B O, l'on fait que le plan B D soit esgal à B O, & O C, B D sera le plan sur lequel la cheute du mobile venant du

poinct de repos A, se fera en mesme temps que la cheute d'A en B.

PROPOSITION XIV.

Le plan perpendiculaire estant donné, & le plan incliné dessus, trouuer vne partie dans le plan superieur perpendiculaire, sur laquelle la cheute commençant du poinct du repos, se fasse en mesme temps, qu'elle se fait sur le plan incliné apres la cheute faite dans ladite partie de son plan perpendiculaire.

SOIT le plan perpendiculaire GC dans la figure precedente, & que B D soit le plan incliné qui luy est appliqué, l'on trouuera dans le plan B G vne partie, sur laquelle la cheute commençant du repos, se fera en temps esgal à celuy de la cheute qui se continuera sur B D.

Soit menee l'horizontale C D, & que comme C B plus la double de B D, est à D B, ainsi soit D B à B S, & comme C B à B D, ainsi soit S B à B F, & que du poinct F soit menee la perpendiculaire F A, ie dis que A est le poinct requis.

ARTICLE V.

Contenant le reste des propositions qui concernent le mouuement naturel.

CET article contient tout ce qu'il y a de plus excellent, & de plus necessaire dans le reste des propositions de Galilee, qui sont iusques au nombre de trente-huict, dont nous en auons donné quatorze cy-deuant, de sorte qu'il en reste encore vingt-huict, dont la quinzieſme est vn Probleme, qui sert pour trouuer vne partie du plan perpendiculaire descendant plus bas que le poinct où commence le plan incliné, sur laquelle la cheute se face en mesme temps que sur le plan incliné, sur lequel le mobile descend apres auoir commencé sa descente dans la partie superieure du plan perpendiculaire.

La seiziesme est vn Theoreme, qui montre que si les parties du plan incliné & du perpendiculaire sur lesquelles les cheutes se font en mesme temps, sont iointes par vn mesme poinct, le mobile venant

venant de telle autre plus grande hauteur que l'on voudra, parcourra pluſtoſt ladite partie du plan incliné, que celle du perpendiculaire : ce qui ſemble fort eſtrange.

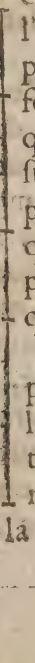
La dixſeptieſme eſt vn Probleme, lequel enſeigne à trouuer dans vn plan donné, incliné ſur vn plan perpendiculaire donné, vne partie, ſur laquelle ſe faſſe la cheute du mobile, qui a commencé à ſe mouuoir par le plan perpendiculaire, en meſme temps, qu'il s'eſt meu depuis le poinct de ſon repos par ledit perpendiculaire.

La dix-huictieſme eſt vn autre Probleme, qui ſert pour trouuer dans le plan perpendiculaire, dont l'eſpace parcouru depuis le repos eſt donné, auec le temps de la cheute, vn autre eſpace dans le meſme plan perpendiculaire, ſur lequel ſe faſſe la cheute en vn temps donné, qui ſoit moindre, que quelque autre temps moindre que le premier temps donné.

La dix-neufieſme eſt encore vn Probleme, qui ſert pour trouuer (apres auoir ſuppoſé vn eſpace donné tel qu'on voudra d'vn plan perpendiculaire auec le

temps de la cheute par iceluy, depuis le repos) le temps, auquel se continuë la cheute du mesme mobile par vn autre espace esgal, pris en tel lieu dudit perpendiculaire qu'on voudra.

La vingtiesme monstre à trouuer vn espace vers la fin d'vn plan, qui soit parcouru en mesme temps, qu'vn autre espace parcouru dés le commencement dudit plan: ce qui est aisé, car si dans le plan C B, le temps de la cheute par C D est donné, l'on trouuera que A B est l'espace vers la fin du mesme plan, par lequel la cheute continuee se fera en mesme temps que par D C, lequel est le lieu du repos. Et pour ce sujet, il faut trouuer la moyene proportionnelle entre B C & C D, laquelle soit B A, & puis la troisiesme proportionnelle de B C, C A, laquelle est C E.



Or l'on demonstre que A B est l'espace cherché en cette maniere. Si l'on suppose que le temps de la cheute par C B, soit come C B, la moyenne proportionnelle B A sera le temps de la cheute par C D; & parce que C A

eſt moyenne proportionnelle entre B C, C E: C A, ſera l etemps de la cheute par C E, or le plan entier B C eſt le temps de a cheute par B C, donc B A, qui a reſté, ſera le temps de la cheute par E B apres la cheute depuis C. Mais le meſme eſpace B A eſtoit le tẽps de la cheute par C D, dõc les cheutes ſont eſgales par C E & E B.

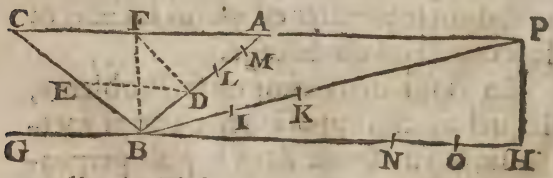
La vingt-vnieſme eſt vn Theoreme, lequel enſeigne, que quand la cheute ſe fait de ſon point de repos ſur le plan perpendiculaire, dans lequel on prend vne partie parcourue depuis le repos, en tel temps qu'on voudra, apres laquelle la cheute continuë à ſe faire par vn plan incliné comme l'on voudra, l'eſpace parcouru ſur ce plan, en meſme temps que le plan precedent, eſt plus que double, & moins que triple dudit eſpace parcouru. Il faut conclure la meſme choſe des cheutes qui ſe font ſur deux plans inclinez, dont le premier eſt moins incliné, & le ſecond l'eſt dauantage.

La vingt-deuxieſme eſt vn Probleme, lequel ayant ſuppoſé deux temps ineſgaux, & vn eſpace dans le plan perpendiculaire, parcouru depuis le repos du-

raut le moindre de ces deux temps, enseigne à fleschir vn plan, commençant au haut du perpendiculaire, & finissant à l'orizon, par lequel le mobile tombe durant l'autre temps le plus long.

La vingt-troisiesme est encore vn Probleme, qui monstre comme il faut tellement fleschir vn plan depuis la fin du perpendiculaire, sur lequel on a pris vn espace par couru en tel temps qu'on veut, depuis le repos, que la cheute se continuë sur ledit plan fléchy, ou incliné, en telle sorte que le mobile y parcoure vn espace esgal, à tel autre espace que l'on voudra, & ce en mesme temps que la cheute s'est faite sur ce plan perpendiculaire, pourueu que cét espace soit plus grand que le double, & moindre que le triple de l'espace perpendilaire.

Galilee conclud de fort belles choses dans le scholie de cette proposition, cõ-



me l'on void dans cette figure, CH, dans

laquelle soient les plans P B, & A B inclinez, sur l'orizon G N, la boule qui roulera d'A en B, acquiert en B vne impetuosité qui la fait remonter aussi haut en C: & si elle redescend de C en B, elle conçoit vne impetuosité qui la fera encore remonter au poinct A par le plan B A, ou par l'autre plan B P, c'est à dire à mesme hauteur de l'orison, dont elle est descenduë: de sorte que cette boule est semblable à l'eau qui remonte aussi haut que sa source, comme l'on void dans le siphon: or si au lieu de descendre d'A iusques en B, elle conuertissoit son mouuement par l'orison de D en E, elle feroit vn interualle deux fois plus grand que A D sur D E prolongé; mais si elle rouloit de C en B, & qu'apres elle roulast sur l'orison B H, elle iroit de B en O en mesme temps qu'elle est descenduë de C en B. parce que B O est double de C B, & si ledit plan B H estoit prolongé à l'infiny, elle rouleroit tousiours dessus de mesme vistesse, sans iamais finir son mouuement. Et comme en descendant d'A en D, & rencontrant le plan D F, elle monteroit iusques à F, si elle rouloit de D en

E, elle auroit la mesme impetuosité en E, qu'en D, & par consequent elle remonteroit iusques en C. D'où il s'ensuit que la boule qui apres estre tombee de C en B, remonte iusques en A, ou en P, redescend autant par sa pesanteur en montant, cõme elle est descenduë de C en B : car si sa pesanteur n'agissoit nullement, elle feroit en montant sur le plan B A vn espace double de C B, en vn temps esgal à celuy qu'elle a employé à descendre de C B ; de sorte que la montee de B en A, ou de B en P, est composee de deux mouuemens esgaux, dont l'vn descend suiuant la raison de la vistesse des cheutes, dont nous auons parlé, & l'autre qui continuëroit tousiours la viteſſe de l'impetuosité aequise en B, perd la moitié de cette impetuosité, depuis B iusques à A, c'est pourquoy elle ne mõte que iusqu'en A.

Prop. 24. Th. 15. Le plan perpendiculaire estant donné entre deux lignes horizontales paralleles, & le plan oblique esleué depuis l'extremité inferieure dudit perpendiculaire, l'espace que fait le mobile sur le plan incliné en mesme tẽps qu'il tombe par ledit perpendiculaire, est

plus grand que le perpendiculaire, & toutefois il eſt moindre que le double du perpendiculaire.

Dans la figure precedente, entre les paralleles horizontales C A & G N, ſoit la perpendiculaire F B, & le plan eſleué B A, ſur lequel la boule eſtant tombee de F en B, remonte vers A; ie dis que l'eſpace, par lequel la boule monte dans vn temps eſgal à celuy de ſa cheute de F en B, eſt plus grand que F B, & moindre que le double de F B. Que B L, ſoit eſgal à F B, & que L A ſoit à M A, comme B A à L A, M eſt le poinct iuſques où elle remontera en temps eſgal: or B M eſt plus grand que F B, mais moindre que le double de F B.

Prop. 25. Theor. 16. Si la cheute qui ſe fait ſur vn plan incliné, continuë ſur le plan horizontal, le temps de la cheute par le plan incliné ſera au mouuement ſur l'orizontal, comme la double longueur du plan incliné à la ligne de l'orizon.

Prop. 26. Probl. 10. Vn plan perpendiculaire entre deux lignes paralleles horizontales eſtant donné, & vn eſpace

plus grand que ledit perpendiculaire estant donné, pourueu qu'il ne soit pas deux fois si long que ledit perpendiculaire esleuer vn plan incliné depuis l'extremité inferieure du perpendiculaire entre les mesmes horizontales, sur lequel le mobile estant tombé par le perpendiculaire, fasse vn espace esgal, (en se reflechissant en haut) en temps esgal à l'espace & au temps de la cheute par le plan perpendiculaire.

Soit entre les mesmes horizontales le plan perpendiculaire F B, dans la figure precedente; & que R V soit plus grande que F B, & neantmoins moindre que deux fois F B; l'on trouuera le plan cherché, qui s'esleuera du poinct B entre lesdites horizontales, sur lequel le mobile estant tombé de F en B, se reflechira de

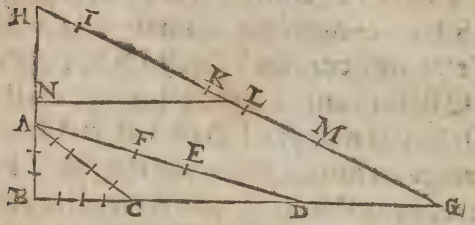
B vers P, dans le temps esgal de la cheute de F B, en faisant le chemin esgal à R V, en cette maniere. Que V S soit esgale à F B, le reste S R sera moindre que F B, puisque R V est moindre que le double

de F B. Que S T soit esgale à S R, & que comme V T à T S, ainsi S R à R Q, & que de B soit esleuee le plan B P esgal à V Q, ie dis que ce plan est le cherché. Car soient B I, I K esgales à V S, S R, puisque V T est à T S, comme S R à R Q, V S sera à S T en composant, comme S Q à Q R; c'est à dire comme V S est à S R, ainsi S Q à Q R, ou comme B P à P I, ainsi I P à P K. Or si le temps par F B est F B, P B sera le temps du mouuement par P B, & T P le temps par P K; & le reste B I sera le temps par K P, lors que le mobile tombe de P en B. Mais le temps de la cheute par K B du poinct de repos P, est esgal au temps de la montee de B en K, apres la cheute par F B, donc P B est le plan esleué du poinct B, sur lequel le mobile venant du poinct F en B, parcourt dans le temps B I, ou B F, l'espace B K esgal à l'espace donné V R; ce qu'il falloit faire.

Prop. 27. Theor. 17. Lors que le mobile descend sur des plans inesgaux de mesme hauteur, l'espace que parcourt le mobile vers la fin du plan plus long, dans le mesme temps qu'il parcourt le plus court, est esgal à l'espace composé

dudit plan plus court, & de la partie, à laquelle ce plan a mesme raison, que le plus long à l'excez par lequel il surpasse le plus court.

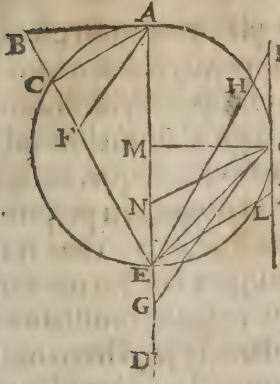
Ce que i'explique par cette figure,



dans laquelle le plus grand plan est A D, & le moindre A C de mesme hauteur; si l'on prend depuis l'extremité D, D E esgal à C A, & que D E ait mesme raison à E F, que D A à A E, (qui est l'excez de D A par dessus A C) ie dis que l'espace F D est parcouru par le mobile tombant de A dans vn temps esgal à celuy qu'il employe à descendre par A C.

Prop. 28. Theor. 18. Que la ligne horizontale A B touche le cercle, & du poinct d'attouchement A soit descrit le diametre A E; & soient aussi descrites les deux chordes, ou soustendantes telles qu'on

voudra, comme sont A C E. Si l'on veut



sçauoir qu'elle proportion il y a du temps de la descente par A E au temps de la cheute par les deux chordes A C E, & que E C soit prolongee iusques à la tangente en B, & que l'angle E A C soit diuisé par la moitié, par la ligne A F. ie dis que le temps de la descente par A E, est au temps par A C E, comme A C à A C F.

Prop. 29. Vn espace horizontal estant donné, sur lequel soit esleué vn plan perpendiculaire, duquel on prenne vne partie sous-double dudit plan horizontal, le mobile descendant de cette hauteur, lequel continuëra son mouuement sur le plan horizontal, parcourra cét espace horizontal auec ledit perpendiculaire, en moins de temps que tel autre partie qu'on voudra, plus ou moins grande du

plan perpendiculaire, auec le mesme espace horizontal.

Prop. 30. Si vn plan perpendiculaire descend de quelque poinct de l'horizontal, & que d'vn autre poinct de l'horizontal il falle mener vn plan incliné iusques au perpendiculaire, sur lequel incliné, le mobile descend iusques au perpendiculaire dans le moindre de tous les temps, ce plan coupera vne partie du plan perpendiculaire, esgal à la distance que le poinct pris dans le plan horizontal, a dans l'extremité du perpendiculaire.

Ce que i'explique par la figure precedente, car soit le plan perpendiculaire M D descendant du poinct M, du poinct horizontal M D, & que M E soit esgal à MO, & puis soit menée la ligne O E: ie dis que ce plan O E est celuy, sur lequel la descente se fera en moins de temps, que sur aucun autre qui puisse estre. Car la cheute de I en E, & de O en G, & de K en E, dure plus long-temps, puisque la cheute qui se fait des poincts H, & L en E, se fait en mesme temps que celle depuis O iusques en E. Quant au plan O N,

puis qu'il eſt parallele à K E, & de meſme inclination, à raiſon que la tangente I K eſt parallele au plan perpendiculaire M D, il eſt éuident que ſa cheute dure autant que celle de K en E, & partant la cheute ſe fait d'O en E dans vn moindre temps que ſur tous leſdits plans.

Prop. 31. Theor. 20. Si l'on tire vne ligne inclinee ſur l'horizon, telle que l'on voudra, le plan qui ſera mené depuis le poinct marqué ſur l'horizon iuſques au plan incliné, & ſur lequel la deſcente ſe doit faire dans le temps le plus court, eſt celuy qui diuiſe par la moitié l'angle cõpris par les deux perpẽdiculaires menees du poinct ſuſdit, l'vne à la ligne horizontale, & l'autre à la la ligne inclinee.

Prop. 32. Theor. 21. Si l'on prẽd deux poincts dans l'horizon, & que de chacun d'iceux l'on incline telle ligne qu'on voudra vers l'vn ou l'autre; d'où par apres l'on mene vne ligne droicte à l'inclinee, dont elle retranche vne partie eſgale à celle qui eſt entre les poincts de l'horizon, la cheute s'y fera plus viſte que par quelque autre ſorte de ligne droicte qui ſe puiſſe mener du meſme poinct à la meſ-

me inclinez. Et és autres qui en sont esloignees d'vn costé & d'autre par des angles esgaux, les cheutes se font en des temps égaux.

Prop. 33. Probl. 12. Le plan perpendiculaire & le plan incliné sur luy estans dõnez de mesme hauteur, dont le poinct superieur soit le mesme, trouuer vn point dans le plan perpendiculaire prolongé, plus haut, dont la cheute du mobile se mouuant apres sur le plan incliné, se face sur ce plan en mesme temps, qu'il parcourroit le mesme plan perpendiculaire, en commençant au poinct du repos.

Prop. 34. Probl. 13. Le plan incliné & le perpendiculaire estans dõnez, & cõmençant à vn mesme poinct superieur, trouuer vn poinct plus haut dans le perpẽdiculaire prolongé, d'où le mobile tõbant, & continuant sa cheute par le plan incliné, parcoure l'vn & l'autre en mesme temps, qu'il parcourt le seul plan incliné, lors que la cheute commence de son repos au haut dudit poinct.

Prop. 35. Probl. 14. Le plan incliné appliqué au perpendiculaire, estant donné, y trouuer vne partie, dans laquelle

seule la cheute se faſſe, depuis le repos, en meſme temps, qu'elle se fait sur elle, iointe au perpendiculaire.

Prop. 36. Theor. 22. Si dans vn cercle esleué sur l'horizon l'on esleue vn plan qui ne souſtende point vne plus grande partie de cercle, que le quart, de sorte que l'on mene de ses extremitez deux autres plans à tel poinct de la circonference qu'on voudra, la cheute se fera pluſtoſt par ces deux plãs inclinez, que dans le seul premier esleué, ou que dans l'vn ou l'autre d'iceux, à sçauoir dans l'inferieur.

Prop. 37. Probl. 15. Le perpendiculaire & l'incliné estans donnez, de meſme hauteur, trouuer vne partie dans l'incliné esgale au perpendiculaire, laquelle soit parcouruë en meſme temps que luy.

Prop. 38, Probl. 16, Deux plans horizontaux coupez par le perpendiculaire, estans donnez, trouuer vn poinct vers le haut du perpendiculaire : d'où les mobiles tombans & continuans leurs mouuemens sur les plans horizontaux, ils parcourent en des temps esgaux à ceux durant leſquels se font les cheutes sur le

plan horizontal superieur, & sur l'inferieur, des espaces qui ayent telle raison entr'eux qu'on voudra.

Voila toutes les propositions qui appartiennent au mouuement naturel des corps pesans, qui tombent vers le centre, tant perpendiculairement que sur tel plan incliné que l'on voudra, dont nous pourrons vne autre fois adiouster les demonstrations auec toutes les figures necessaires à ce sujet. Mais pour peu que que l'on y ait compris, l'on en sçaura assez pour entendre le Liure qui suit.

Fin du quatriesme Liure.

LIVRE CINQVIESME.

DES NOVVELLES PENSEES DE GALILÉE.

DES MOVVEMENTS violents.

ARTICLE PREMIER.

De la figure descrite par les mouuements violents.

IL faut icy supposer que le mouuement violent de toutes sortes des missiles, comme est celuy d'vne pierre qu'on iette, ou d'vn boulet de canon, d'vne fleche, &c. est composé du mouuement esgal, dont nous auons parlé dans le troisiesme Liure, & du

mouuement naturel, qui augmente ses degrez suiuant la proportion expliquee dans le troisiesme Liure. Or i'appelle *missile*, ce qui est ietté par force, soit auec la main, la fonde, l'arc, l'harquebuse, ou autrement : cecy posé, voyons les propositions de nostre Liure.

PROPOSITION I.

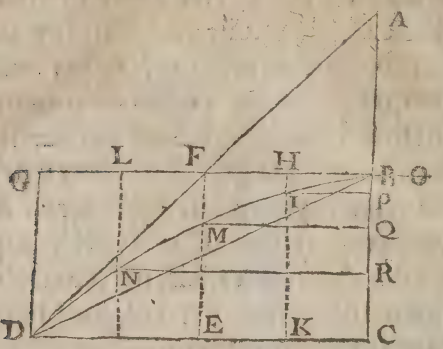
Lors que le mouuement du missile est composé du mouuement horizontal esgal en toutes ses parties, & du mouuement naturel qui haste sa course vers le centre de la terre, il descrit vne demie parabole par son mouuement.

POVR entendre cette Proposition fondamentale, & celles qui suiuent apres, il faut remarquer qu'vne boule pousſee sur vn plan horizontal iroit touſiours de meſme viteſſe, parce qu'eſtant touſiours eſgalement eſloignee du centre de la terre, elle n'a nul ſujet d'augmenter ſon mouuement, lequel dureroit touſiours s'il ne rencontroit nul empeſ-

chement : De là vient que Galilee s'eſt imaginé que la terre ſe meut touſiours d'vne eſgale viteſſe autour de ſon centre, par ſon mouuement iournalier : de ſorte qu'vne boule conſerue touſiours le meſme degré de mouuement ſur le plan horizontal qu'elle s'eſt acquis en deſcendant par le plan perpendiculaire, ou par vn plan incliné. Car Galilee ſuppoſe qu'il n'y ait point d'air, ny d'autre choſe qui puiſſe empeſcher l'eſgalité horizontale de ce mouuement.

Cecy poſé, il explique la precedente Propoſition par cette figure, qui ſeruira pour entendre tout ce Liure. Soit donc O B H G le plan horizontal, ſur lequel le miſſile ſe meuue d'vn mouuement eſgal, de ſorte qu'il commence à perdre cét horizon en B, & qu'au lieu de pourſuiure par H F, L, &c. il commence à deſcendre au poinct B par la ligne B P, ou B I, à cauſe de ſa peſanteur naturelle, qui l'abaiſſe vers le centre C, en paſſant par I, M & N iuſques à D, ou le miſſile trouue le plan horizontal, c'eſt à dire la terre qui l'empeſche de paſſer outre. Ie dis que le miſſile deſcrira la ligne parabolique B I

M N D, au lieu qu'il iroit par la ligne ho-



rizontale B G, si B G estoit vn plan horizontal dur & ferme qui soustint le mobile

Or pour mieux entendre cecy, faisons que l'horison B G soit diuisé en quatre parties esgales, par les poincts H, F, E, & que de ces poincts soient menees des lignes paralleles à B C, sur le plan D C. Cecy estant posé, ie prends H I, qui respond à B P dans la perpendiculaire B C, pour la cheute naturelle que fait le missile vers K, tandis qu'il se meut de B en H. Et puis ie prends le quadruple de H I, à sçauoir F M; & I N le noncuple, & finalement le sexdecuple C D, à raison qu'és

quatre temps esgaux representez par les quatre espaces esgaux de l'horizon B G, ou C D, esquels il faut conceuoir que le mobile se meut d'vn mouuement esgal, il est constant, par le Liure precedent, que le mobile haste sa course vers le centre de la terre, suiuant les nombres quarrez qui se suiuent immediatement, depuis l'vnité, à sçauoir, 1, 4, 9, 16, &c c'est à dire suiuant les quarrez des temps esgaux B H, H F, F L, & L G, ou en raison doublee de ces espaces : car à chaque moment le missile descend par des espaces qui suiuent les nombres impairs depuis l'vnité, à sçauoir, 1, 3, 5, 7, &c. lesquels estans adioustez font lesdits quarrez.

Quant aux lignes menees des poincts I, M, N, D, paralleles à B G, & perpendiculaires à B C, qui aboutissent aux poincts P, Q, R, C, elles font des espaces esgaux à H I, F M, L N, & G D, pour monstrer la proportion de la cheute perpendiculaire par la ligne B C.

Surquoy il faut encore remarquer que le quarré D C, qui est la plus grande des ordonnees de cette parabole, est au

quarré RN, comme la ligne CB à RB; le quarré RN au quarré QM, comme RB à QB; & finalement que le quarré QM est au quarré IP, comme QB à PB; d'où l'on conclud que les poincts I,M,N, & D, passent par la parabole BIMND: & par consequent que le mobile pesant consideré dans le vuide sans aucun empeschement, (comme Galilee le considere) estant ietté par quelque force que ce soit, descrit la moitié d'vne parabole, dont la base ou la derniere ordonnee se termine sur la terre au poinct D; & est plus ou moins grande suiuant que la force dont l'on iette le mobile, est plus ou moins grande.

ARTICLE II.

Des empeschemens de l'air qui rompt la figure parabolique.

IL est certain que les missiles ne font pas des paraboles parfaites par leurs mouuemens, comme l'on s'imagine dans le vuide, à raison de l'empeschement de

l'air, qui empesche premierement la proportion des viteſſes, que nous auons eſtablies dans les mouuemens naturels: car l'experience fait voir que chaque corps qui deſcend, perd dauantage de cette viteſſe, quand il eſt moins peſant, ſuiuant la reſiſtance de l'air: de ſorte que la ligne parabolique des miſſiles eſt dautant plus imparfaite que les corps ſont plus legers, car ils ſont pluſtoſt reduits à vn mouuement eſgal, lequel ne s'augmente plus apres vn certain eſpace. En ſecond lieu, l'air empeſche l'eſgalité du mouuement horizontal; de ſorte qu'au lieu que le miſſile iroit auſſi viſte à la fin qu'au commencement, ſi on le iettoit dãs le vuide, il va beaucoup plus lentement dans l'air ſur la fin de ſon mouuement.

Neantmoins ſi l'on vſe des corps fort peſans & ronds dans les experiences, cõme ſont les bales de plomb, il pretend que l'air empeſchera fort peu la ligne parabolique, puiſque nous voyons qu'és deſcentes des boules de bois dix ou douze fois plus legeres que celles de plomb, l'air y apporte ſi peu de difference, que dans la hauteur de cent ou deux cens

brasses, elle est fort peu sensible & remarquable, dont il a esté parlé si amplement depuis l'onziesme Article du premier Liure, iusques au vingtiesme, qu'il n'est pas besoin d'y rien adiouster : car nous y auons parlé des poids attachez aux chordes, & des autres mouuemens, & de l'empeschement de l'air. Quoy qu'il en soit, Galilee pretend que le mouuement des fleches, des pierres & des autres missiles, n'alterent gueres la figure parabolique de leur mouuement ; Voyons les autres Propositions, qui seruent pour la construction d'vne table, laquelle monstre la grandeur des volees de canon suiuant les differens degrez d'eleuation, pourueu que l'on considere touſiours leur mouuement dans le vuide, & sans aucun empeschement.

ARTICLE III.

Contenant l'explication de la deux & troiſieſme Propoſition de Galilee.

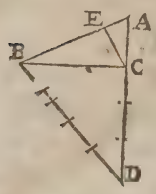
CE t Article eſt fort vtile, à raiſon des belles ſpeculations qu'il contient, dont la premiere ſe void dans la deuxieſme Propoſition qui ſuit.

PROPOSITION II.

Lors qu'vn mobile ſe meut de deux mouuemens eſgaux, dont l'vn eſt horizontal, & l'autre perpendiculaire, l'impetuoſité du mouuement compoſé des deux eſt eſgale en puiſſance aux deux impetuoſitez des deux mouuemens.

CE que i'explique par cette figure priſe de la huictieſme addition des Mechaniques; car ſi l'on conçoit que le mobile ſe meuue par la perpendiculaire A C, tandis qu'il ſe meut par l'horizon-

tale C B, il est euident qu'il descrira la

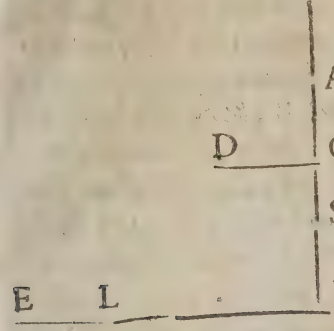


diagonale A B, & par consequent que les deux impetuositez des deux mouuemens par A C & C B, composeront vne troisiesme impetuosité, qui sera aux deux precedentes, comme A B est à A C & C B. Ie ne repete point ce qui a esté dit de l'vsage des autres lignes de cette figure dans ladite addition. Mais parce que le mouuement des missiles n'est pas composé de deux mouuemens esgaux, mais de l'esgal horizontal par C B, & de celuy qui augmente sa viteſſe par A C, & qui luy fait descrire la parabole, dont i'ay parlé dans la proposition precedente: il faut vser d'vne autre maniere pour trouuer l'impetuosité du missile en tel poinct de la parabole qu'on voudra : c'est à quoy seruent les Propositions qui suiuent.

PROPOSITION III.

QVE le mouuement se face par la ligne A B du poinct de repos A; dans

laquelle soit pris tel poinct qu'on voudra, cõme C, & que A C, soit la mesure du temps par C A C, & de l'impetuosité acquise en C par la cheute depuis A. De rechef, soit pris dans la mesme ligne A B, tel autre poinct qu'on voudra, comme B, duquel l'on trouuera l'impetuosité acquise depuis A iusques à B, & par consequent la raison de l'impetuosité B à celle de C, dont la mesure est A C, en trouuant la moyenne proportionnelle A S, laquelle monstre que l'impetuosité de B est à celle de C, comme A C à S A.



Cecy posé, voicy ce que l'on en conclud. Soit C D double de A C, & B E double de B A, puis qu'il a esté demonstré dans le Liure precedent, que le mobile quittant le perpendiculaire, fait deux fois autant de chemin en mesme temps, que celuy qu'il a fait dans le per-

pendiculaire; il s'ensuit que le mobile qui quitte A C au poinct C ou B, pour aller sur le plan horizontal C D, ou B E, fait C D, ou B E dans vn temps esgal au temps A C, ou A B, & par consequent que l'impetuosité depuis C iusques à D, ou depuis B iusques à E, est touſiours esgale à l'impetuosité C, ou B, car l'impetuosité, & le degré de viteſſe ſe prend icy pour vne meſme choſe.

D'où il eſt euident que B E eſt parcouru durant le temps A S. Et ſi le temps S A, au temps C A eſt comme E B à L B, puiſque le mouuement par B E eſt esgal, L B ſera parcouru dans le temps A C, & aura l'impetuosité de B. Mais C D eſt parcouru en meſme temps par l'impetuosité C: donc l'impetuosité de C eſt à celle de B, comme B C à B L.

Et parce que comme D C à B E, ainſi leurs moitiez C A à A B. & comme E B à B L, ainſi B A à S A: donc comme D C à B L, ainſi C A à S A, c'eſt à dire comme l'impetuosité de C à celle de B, ainſi C A à S A, c'eſt à dire le temps par A C, au temps par A B. Par où l'on a le moyen de meſurer toutes ſortes d'impetuoſitez, ou

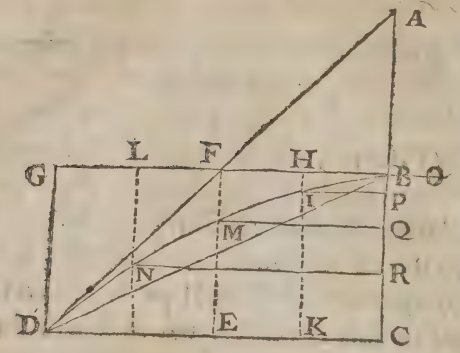
de viteſſes dans la ligne de la deſcente des corps peſans.

Vray moyen de meſurer la force ou l'impetuoſité des Miſsiles.

PVisque leur mouuement eſt compoſé de l'eſgal, & du naturel, & que l'eſgal peut auoir vne infinité de differentes viteſſes, & impetuoſitez, il eſt aſſez à propos de meſurer l'eſgal par le naturel, ce que ie fais entendre par la figure de la premiere Propoſition.

Soit donc B C perpendiculaire à l'horizon D C, & que B C ſoit la hauteur de la demie parabole B D, & D C ſa largeur, laquelle Galilee nomme *amplitude*. Or cette largeur eſt produite par le mouuement du mobile qui deſcend par B C en haſtant ſa cheute depuis ſon poinct de repos B iuſques à C, ſuiuant la proportion precedente, & par l'horizontal B G, lequel eſt eſgal : de ſorte que l'impetuoſité acquiſe en C, eſt determinee par la longueur A C, puis qu'elle eſt touſiours eſgale, toutes & quantes fois que la cheute ſe fait de meſme hauteur; mais le mou-

dement horizontal estant capable d'vne



infinité de differences, il faut prendre la perpendiculaire C B, & la prolonger en haut vers A tant que l'on voudra, & qu'il sera necessaire pour donner au mobile là viteſſe qu'il doit auoir dans la ligne horizontale B G, ſur laquelle il retient touſiours la meſme impetuoſité qu'il aura acquiſe au poinct B en tombant de la hauteur donnee A.

Mais afin de proceder plus clairemẽt, nous appellerons cette ligne depuis B iuſques à A, *ſublimite*, afin de la diſtinguer d'auec la hauteur B C, qui eſt l'axe de la demie parabole B D. Ie laiſſe main-

tenant la penſee de Galilee touchant la deſcente naturelle des corps celeſtes en droicte ligne, afin d'acquerir la viteſſe dont ils ſe tornent, eſtant fort aiſé de trouuer la ſublimité, dont ils ont deu tõber, pour conuertir apres leur mouuement droict en rond, dautant que i'en ay parlé fort amplement dans le deuxieſme Liure des Mouuemens harmoniques, Propoſition ſixieſme, où l'on void le calcul de tout ce qui ſe peut dire ſur ce ſujet.

ARTICLE IV.

De la maniere de determiner l'impetuoſité en chaque poinct de la parabole donnee.

PROPOSITION IV.

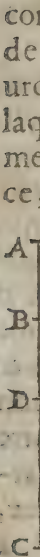
SOIT encore la demie parabole BD, ſa largeur DC, & ſa hauteur BC, laquelle eſtant prolongee rencontre la tangente de la parabole DA au poinct A, & ſoit menee par le ſommet B la parallele à l'horizon BF. Si la largeur CD eſt eſga-

le à toute la hauteur C A, B F sera esgale à B A, ou B C. Posons que B A soit la mesure du temps de la cheute par A B, & de l'impetuosité acquise en B, D C (c'est à dire la double de B F) sera l'espace parcouru en mesme temps par l'impetuosité A B, changee en mouuement horizontal. Or le mobile tombant en mesme temps par B C du repos B, parcourt B C, donc le mobile venant du repos A iusques en B, fait l'espace C D par son changement sur l horizon; Et si l'on prend la cheute par BC, il descrit la parabole B D, dont l impetuosité en C est composee de l'horizontale, esgale à l'impetuosité A B, & de l'autre impetuosité acquise par la cheute B C au poinct C, & ces deux impetuositez sont esgales: de sorte que si A B est la mesure de l'vne, & B F de l'autre, la soustenduë F A sera l'impetuosité composee des deux precedentes; & par consequent F A monstre la force du coup de canon qui se feroit en D. Il est aisé de determiner les impetuositez de tous les autres poincts de la parabole, par exemple, celuy du poinct N, ou M, &c.

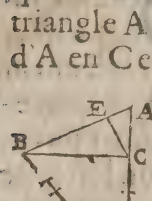
Remarque

Remarque pour la mesure inuariable des impetuositez.

IE suppose premierement que le mobile tombe dans le temps d'vne seconde minute, de la hauteur d'vne picque, comme elle tombe en effect de la hauteur de douze pieds; & partant nous conceurons tousiours la pique de douze pieds, laquelle nous seruira pour trois sortes de mesures, à sçauoir pour le temps, l'espace, & l'impetuosité. Soit donc A B nostre mesure inuariable, quoy qu'au lieu d'vne picque on la puisse imaginer d'vne lieuë, ou de telle autre hauteur qu'on voudra. Cecy posé, si l'on veut sçauoir l'impetuosité de la cheute de B en C, par le rapport au temps & à l'impetuosité par A B, il faut prendre la moyenne proportionnelle entre A C, & A B, à sçauoir A D; car le temps de la descente par A C, sera comme A D, comparé à B A, ce qu'il faut aussi conclure de la viteſſe, ou de l'impetuosité, qui croist en mesme proportion que le temps.



Mais il faut icy remarquer soigneusement que la diagonale, dont nous auons parlé, sert seulement pour sçauoir la force de l'impetuosité, lors que le mouuement perpendiculaire est aussi bien esgal que l'horizontal, par exemple, dans le triangle A B C, si le mobile descendant d'A en C esgalement, a trois degrez de



viteſſe ou de force en C, & qu'il en ait quatre allant aussi également de C en B, la diagonale A B repreſentera la force ou la viteſſe compoſee, non cõme ſept, qui eſt compoſé de quatre & de trois, que ie ſuppoſe repreſenter les deux coſtez B C, & C A dudit triangle, mais comme cinq, qui eſt la puiſſance de quatre & trois, puiſqu'il fait vingt cinq pour ſon quarré eſgal aux deux quarrez de quatre & trois, c'eſt a dire neuf & ſeize. Et parce que ces deux mouuemens ſont égaux, le mobile paſſant par la diagonale A B, a touſiours vne force & vne impetuoſité eſgale; laquelle s'augmente dans la ligne parabolique, à cauſe que le mouuement naturel du mobile qui deſcend, augmen-

te touſiours ſa viſteſſe. C'eſt pourquoy il faut y proceder d'vne autre maniere.

Par exemple, ſi la hauteur B C de ladite parabole B D, eſtoit moindre que la ſublimité B A, il faudroit prendre la moyenne proportionnelle entre ſa hauteur & ſa ſublimité, & la porter ſur l'horizontale B G: car la diagonale tiree de ſon extremité iuſques à A, par exemple F G, donneroit la quantité de l'impetuoſité qu'à le mobile à l'extremité de la parabole, c'eſt à dire en D. *Voyez la figure de la page 228.*

Il faut neantmoins remarquer que l'impetuoſité du coup ne depend pas ſeulement de la viteſſe du mobile qui frappe, mais auſſi du corps frappé, qui reçoit d'autant moins d'offenſe, qu'il cede plus aiſément; de ſorte qu'il n'eſt nullement frappé, s'il cede auſſi viſte que l'autre ſe meut: ioint que s'il eſt frappé obliquement, comme il ſeroit par le mouuement tant horizontal, qu'oblique de la parabole, le coup a moins d'effect; de ſorte qu'il faut que le corps frappe vn autre corps à angle droict, & qui ſoit immobile pour auoir le coup dans la perfection de ſa force; & meſme il ſera plus

fort si le corps qui doit estre frappé va à la rencontre de celuy qui frappe.

ARTICLE V.

Comme l'on trouue la hauteur de la cheute necessaire pour descrire la parabole, & sa largeur, lors qu'on sçait sa hauteur & sa sublimité.

PROPOSITION V.

Trouuer vn poinct dans l'axe prolongé en haut de la parabole donnee, duquel le mobile tombant descriue ladite parabole.

Voyez la figure de la page 228.

SOIT la parabole B D conditionnee comme deuant, l'on trouuera le poinct cherché, en descriuant la ligne B F parallele à l'horizontale C D, & ayant fait A B esgale à B C, il faut mener la tangente de la parabole B D, qui la touchera en D, & qui coupera l'horizontal B G en F: cela fait, la troisiesme proportiondelle à B A, & B F, qui commencera en B, & ira plus haut que A, donnera le poinct cherché:

d'où le mobile tombant iusques en B, & continuant son mouuement iusques en C, descrira cette demie parabole, pourueu que l'on s'imagine que sa vistesse acquise en B se torne en la ligne B G, tandis qu'il continuë iusques en C.

D où il s'ensuit que la moitié de la largeur C D est moyenne proportionnelle, entre la hauteur & la sublimité de la parabole.

PROPOSITION VI.

La sublimité & la hauteur de la parabole estant donnee, trouuer sa largeur.

IL faut seulement trouuer la moyenne proportionnelle entre la sublimité & la hauteur; car le double de cette moitié donne l'amplitude ou largeur de la parabole.

PROPOSITION VII.

De tous les mobiles qui descriuent des paraboles de mesme largeur, celuy qui descrit la parabole, dont la largeur est double de sa hauteur, requiert la moindre impetuosité de toutes les possibles.

CETTE Proposition est l'vne des plus excellentes, car elle demonstre pourquoy la portee du canon à quarante cinq degrez est la plus longue de toutes, comme l'on void dans la mesme demie parabole, dont la longueur C D est double de sa hauteur B C, & la sublimité B A esgale à la hauteur : Que la ligne B F soit coupee par la tangente A D, il est euident que cette demie parabole est descrite par le missile, ayant conuerty son impetuosité B sur B G, lors qu'il descend de B en C : d'où il est constant que l'impetuosité considerée en D, & composee des deux susdites, est comme la diagonale A F. laquelle est esgale en puissance à B F, & B C. D'où il s'ensuit que le coup tiré

Voyez la figure de la page 228.

de D en B descrira la parabole D B, dont la tangente fait l'angle demy droict, auec moins de force que tel autre coup qu'on voudra.

PROPOSITION VIII.

Les largeurs des paraboles descrites par des missiles iettez auec vne mesme impetuosité, à angles esgaux tant dessus que dessous la moitié de l'angle droict, sont esgales.

PAR exemple, puisque vingt degrez font vn angle plus petit de vingt-cinq degrez que celuy de quarante-cinq, & que septante degrez font vn angle plus grand de vingt-cinq degrez, le boulet tiré à vingt degrez ira aussi loin que celuy qu'on tirera à septante degrez, & ainsi des autres.

PROPOSITION IX.

Lors que les hauteurs & les sublimitez des paraboles sont en raison reciproque, leurs largeurs sont esgales.

COMME il arriue lors que l'vne a vne toise de hauteur, & dix toises de sublimité, & l'autre dix toises de hauteur, & vne de sublimité.

PROPOSITION X.

L'impetuosité de toute sorte de demie parabole est esgale à celle de la cheute qui se fait par le plan perpendiculaire iusques à l'orizon, quand ledit perpendiculaire est composé de la hauteur, & de la sublimité de la parabole.

PAR exemple, si sa hauteur a neuf toises, & sa sublimité sept, c'est à dire si le plan perpendiculaire a seize toises de hauteur, l'impetuosité de l'extremité de

la demie parabole aura seize degrez de force ou d'impetuosité. D'où l'on cõclud que toutes les impetuositez des paraboles, dont les sublimitez iointes aux hauteurs, font des perpendiculaires esgales, sont aussi esgales.

ARTICLE V.

PROP. XI. XII. XIII. & XIV.

L'impetuosité & la largeur de la demie parabole estans donnees, trouuer sa hauteur: & calculer les largeurs de toutes les demies paraboles descrites par des missiles enuoyez de mesme impetuosité, afin de les reduire en des tables: & finalement trouuer toutes leurs hauteurs, par la connoissance de leurs largeurs, mises dans la Table suiuante, lors que l'on retient la mesme impetuosité, & determiner leues hauteurs & sublimitez par tous les degrez d'eleuation, lors que leurs largeurs doiuent estre égales.

CEt Article contient le fruict de ce V. Liure, parce qu'il donne les tables des portees du canon, & des au-

tres armes à feu ; mais il faut supposer que la largeur de la demie parabole soit 10000. afin de pouuoir vser des nombres vulgaires qui se trouuent dans les tables des tangentes & des secantes : cela posé, la moitié de la tangente de chaque degré d'esleuation donnera la hauteur : par exẽple, si la demie parabole a 30. degrez d'eleuation, & 10000 de largeur, sa hauteur sera 2887. parce que ce nombre est quasi la moitié de la tangente.

Or apres auoir trouué la hauteur, l'on trouuera la sublimité : car puisque nous auons monstré que la largeur de la demie parabole est moyenne proportionnelle entre la hauteur & la sublimité, & que la hauteur est desia connuë, & que la moitié de la largeur est touſiours la mesme, à sçauoir 5000. si l'on diuise son quarré, c'est à dire 25000000. par la hauteur donnee 2887. le quotiente 8639. donnera la sublimité cherchee.

D'où il s'ensuit clerement qu'il faut touſiours vne plus grande impetuosité par dessous ou par dessus 45. degrez, pour pousser le missile aussi loin qu'à 45. degrez, comme l'on void és tables qui

suinent, esquelles l'addition de la hauteur & de la sublimité donne vn moindre nombre, à sçauoir 10000. que nul autre : car si nous prenons, par exemple, 50. degrez d'esleuation, la hauteur sera 5959. & la sublimité 4196. qui font ensemble 10155. Il arriue la mesme chose à l'esleuation de 40. degrez, qui a sa hauteur de 4196. comme la sublimité de l'esleuation de 50. degrez : & sa sublimité de 5959. comme la hauteur de l'esleuation 50. Ce qui arriue semblablement à tous les degrez de l'esleuation qui sont esgalement distans de 45 degrez, soit par dessous ou par dessus.

Remarque merueillleuse.

L'Impetuosité infinie poussant vn missile perpendiculairement en haut, ne peut donner aucune largeur de parabole, & la mesme impetuosité ne peut aussi enuoyer le missile par vne ligne puremẽt horizontale : car la pesanteur naturelle fait tousiours incliner le missile vers le centre de la terre, & luy fait descrire vne parabole dautant moins haute, & plus large, que le mouuement horizontal est

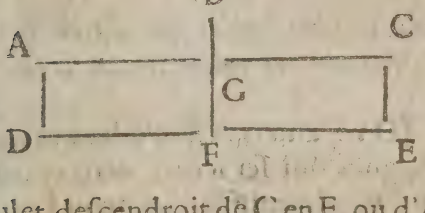
plus grand que le perpendiculaire.

A quoy l'on peut adiouſter, qu'vne chorde ne peut auſſi tellement eſtre tenduë horizontalement, qu'elle ne ſe panche vn peu; ce qui luy fait faire vne figure parabolique aſſez iuſte & exacte, lors que ſa courbure n'eſt point plus grande que de 45. degrez, & neantmoins d'autant plus exacte qu'elle a moins de degrez d'inclination, c'eſt à dire qu'elle approche d'auantage de la ligne droicte: de ſorte que la peſanteur de la chorde repreſente le poids qui deſcend vers le centre de la terre, & la force qui la tire repreſente l'impetuoſité horizontale.

Experience contre Galilee.

S'Il eſt veritable qu'vne bale d'harquebuſe, par exemple, ne puiſſe avoir aucune portee horizontale, à raiſon qu'au premier moment qu'elle ſort du canon, elle commence à deſcendre, & que la deſcente n'eſt nullement empeſchee par le mouuement violent, donc la bale doit deſcendre de deux toiſes de haut dans le temps d'vne ſeconde minute. Or la bale qui va de poinct en blanc employe vne

seconde minute à faire 75. toises; donc supposé que le canon soit en A esleué deux toises de D en A sur l'horizon DE, & qu'il tire d'A en C, c'est à dire parallelement à l'horison, il ne donnera pas au blanc C, mais deux toises plus bas en E, puisque dans le temps d'vne seconde le



boulet descendroit de C en E, ou d'A en D, par son mouuement naturel: car la portee de 75. toises d'A en C, qui dure vne seconde, n'empesche point la descente perpendiculaire de C en E, laquelle se doit faire par tous les poincts de la ligne AC; de sorte que depuis A iusques à E, la bale descrit vne parabole. Mais il faut éprouuer si la bale tiree d'A en C monte premierement en B, faisant vn arc d'A en B, & vn autre de B en C, comme font les fleches, suiuant ce que i'ay desia remarqué dans la derniere Pro-

position du second Liure des Mouuemens pag. 156. où il faut mettre à la quatrieſme ligne *parallele*, au lieu de *perpendiculaire*, & *Galé* ligne 14. au lieu de *Galilee*.

ARTICLE VI.

Explication des Tables qui determinent la longueur des volees des Miſsiles.

NOvs auons expliqué les quatre lignes qui ſeruent à determiner la proiection des miſſiles, à ſçauoir l'amplitude, ou la largeur, qui monſtre la portee de chaque coup, la hauteur, qui eſt l'axe de la parabole, la ſublimité, & la ligne parabolique deſcrite par le miſſile. C'eſt pourquoy il ne reſte plus qu'à mettre icy les Tables dont Galilee a fait le calcul, & dont la premiere contient la largeur, ou l'amplitude des demies paraboles deſcrites par vne meſme impetuoſité. La ſeconde donne leurs hauteurs, & la troiſieſme monſtre leurs hauteurs & leurs ſublimitez, lors que leurs

amplitudes ſont eſgales, à ſçauoir de 10000. Mais il ſuffit de mettre icy ces meſures de cinq en cinq degrez, au lieu qu'il les a miſes pour tous.

I. TABLE.

Pour la largeur des demies paraboles deſcrites par vne meſme impetuoſité.

Degrez d'eſleuation.	*Largeurs.*
1	349
5	1736
10	3410
15	5000
20	6428
25	7660
30	8659
35	9396
40	9848
45	10000
50	9848
55	9396
60	8659

II. TABLE.

Pour leur hauteur par vne meſme impetuoſité.

Degrez d'eſleuation.	*Hauteurs.*
1	3
5	76
10	302
15	670
20	1170
25	1786
30	2499
35	3289
40	4132
45	5000
50	5868
55	6710
60	7502

III. TABL.

des hauteurs & ſublimitez pour les meſmes largeurs de 10000.

Deg. d'eleuatiõ.	*Hau. teurs*	*Sublimit*
1	87	286533
5	437	57147
10	881	28367
15	1339	18663
20	1820	13736
25	2332	10722
30	2887	8659
35	3501	7541
40	4196	5959
45	5000	5000
50	5959	4196
55	7141	3500
60	8600	2887

Degrez d'esleuation.	Largeurs	Degrez d'esleuation.	Hauteurs.	Degrez d'esleuation.	Hauteurs.	Sublimitez.
65	7660	65	8214	65	.0722	2331
70	6428	70	8830	70	13237	1819
75	5000	75	9330	75	18660	1339
80	3420	80	9698	80	28356	792
85	1736	85	9924	85	57150	437
89	349	90	1000	90	infinie.	
90	nulle.					

ADVERTISSEMENT.

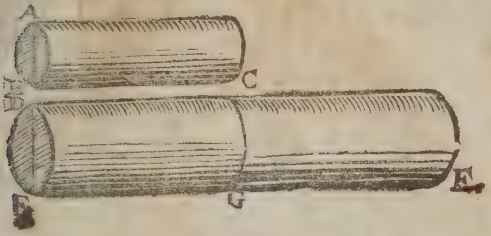
I'Ay mis la portee d'harquebuze perpendiculaire horizõtale, & celle de 45. degrez, telles qu'elles se rencontrent dãs l'air, dans le Liure de l'vtilité de l'Harmonie; & ay trouué que celle de 45. n'est que de 350. toises, & la perpendiculaire de 288. lors que la portee de poinct en blanc est de cent toises. Quant aux centres de grauité, Luc Valere en a traicté assez amplement apres Commandin.

Mais au lieu de ce qu'en dit Galilee, i'ay mis en la Preface ce que m'en a escrit vn tres-sçauant homme, afinque chacun en soit participant.

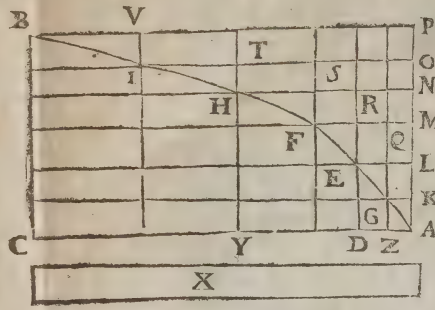
Fin du cinquiesme Liure.

Cette fueille contient les figures qui n'ont peu se repeter, ou qui ont esté oubliees dans les Propositions : pour lesquelles elle seruira en l'ouurant & en la desployant.

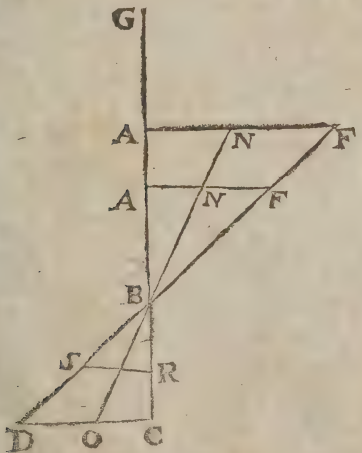
I. Pour la 139. page & les suiuantes, & pour la 143.



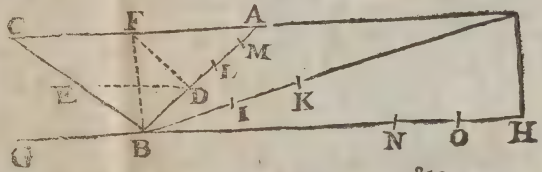
II. Pour la page 155.



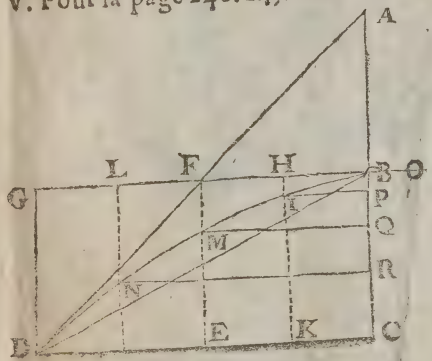
III. Pour la page 216. & les suiuantes.



IV. Pour la page 206. &c.



V. Pour la page 240. 243. &c.



Page 19. *ligne* 21. cercle, *liſez* centre *pag.* 27. *lig.* 17. s'eſteint, *liſez* s'eſtend. *pag.* 35. *lig.* 25. apres ligne, *ajouſtez* moyenne. *page* 38. *lig.* 4. $\frac{25}{600}$. *liſez* $\frac{1}{25600}$. *pag.* 41. *lig.* 8. & *lig.* 20. ſeize, *liſez* 8. *pag.* 42. *li.* 23 4995. *liſez* 1000. *pag.* 47. *li.* 22. entr'eux, *ajouſtez* à l'eſgard de leur vitelſe. *pag.* 54. *lig.* 25. ſemble, *liſez* ſemblent. *pag.* 59. *lig.* 8. ledit, *liſez* le. *pag.* 61. *lig.* 24. deux, *liſez* vingt. *pag.* 71. *lig. derniere* plomq, *liſ.* plomb. *pag.* 75. *lig.* 2. vn *liſ* ou. *lig.* 16. ſixieſme, *liſez* ſeizieſme. *pag.* 93. *lig.* 9. apres le, *ajouſtez* plus grand. *pag.* 96. *lig.* 4 l'extnité, *liſez* l'extremité. *pag.* 101. *lig.* 13. & *pag.* 115. *lig.* 20. S, *liſez* F. *pag.* 116. *lig.* 5. H, *liſez* N. *l.* 21. H, *liſ.* N. *l.* 22. S, *liſ.* E. *pag.* 117. *lig.* 1. abſtroit, *liſez* abſtrait. *lig.* 5. leur éloignement, *liſez* leurs éloignemens. *pag.* 118. *lig.* 11 apres que, *liſez* la force. *lig.* 10. H, *liſ.* D. *pag.* 126. *lig.* 4. le rompre, *ajouſtez* eſtant apliquee. *pag.* 130. *li.* 16. le, *liſez* la. *pag.* 131. *li.* 7. forme, *ajouſtez* la. *pag.* 132. *li.* 1. moyenne, *entre* troiſieſme, à. *pag.* 136. *li. derniere*, D, *ajouſtez* E, ou C. *pag.* 137. *lig.* 21. G, *liſ.* H. *pag.* 146. *li.* 3. C & D E, *liſ.* A & A C. *li.* 6. D, *liſ.* I *li.* 9 iau, *liſ.* ou. *pag.* 154. *li* 7. &, *ajouſtez* que, *li* 15. friſoit, *liſ.* faiſoit. *pag.* 156. *li.* 13. mixteragne, *liſ.* mixtiligne. *pag.* 157. *li. dern.* A E, *ajouſtez* à. *pag.* 158. *li. dern.* D, *liſez* B *pag.* 159. *li.* 1. C, *liſ.* V. *lig.* 3. Z, *liſ.* H. *pag.* 163. 12 l'elypſe, *liſez* l'eilipſe. *li. penult.* L'AIR, *liſez* L'ART. *pag.* 164. *li.* 6. precedente, *liſez* precedent. *li.* 7. conſolide, *liſez* ou ſolid. *pag.* 182. *li.* 7. ont, *liſ.* ou. *pag.* 185. *li.* 5. ayant *liſez* qu'ayant. *pag.* 187. *li.* 18. 2, *liſ.* l'a *pag.* 189. *l.* 6.

eurs descentes, *lisez* la descente. *pag.* 191. *lig.* 5. quatrieſme, *lisez* cinquieſme. *li. penult.* B, *lis.* E. *pag.* 195 *li* 19. doublee, *lis.* sous-doublee. *pag.* 196. *li.* 9. *apres* pas, *ajoustez* toutes. *pag.* 206. *li.* 2. F B, *lisez* FD. *pag.* 207. *li. derniere*, X, *lis.* A. *pag.* 208. *li.* 10. vingt-huict, *lis.* vingt-quatre. *pag.* 209. *li.* 21. faſſe, *lisez* face. *pag.* 212. *li.* 19. perpendilaire. *lisez* perpendiculaire. *pag.* 218. *li. derniere*, ſouſtentantes, *lisez* ſouſtendantes. *pag.* 222. *li.* 1. incliné, *lisez* inclinee. *pag.* 226. *li.* 3. troiſieſme, *lisez* quatrieſme. *pag.* 238. *li.* 5. là, *lisez* la. *pag.* 241. *li.* 4. elle, *lis.* il. *pag.* 243. *li.* 10. G, *lis.* A. *pag.* 250. *li.* 5. ſexantes, *lis.* ſecantes. *pag.* 253. *li.* 16. table, *lis.* bale.

Extraict du Priuilege du Roy.

PAR grace & Priuilege du Roy, donné à Paris le 3. Septebre 1638. ſigné DE BEAVGRAND, il eſt permis à HENRY GVENON Marchand Libraire à Paris, de faire imprimer, vendre & debiter, vn Liure intitulé, *les nouuelles penſees de Galilee, Mathematicien du Duc de Florence: traduit d'Italien en François*, pour le temps & eſpace de ſept ans, à cõpter du iour qu'il ſera acheué d'imprimer: & deffences ſont faites à tous Imprimeurs & Libraires, de l'imprimer, vendre & debiter ſans le conſentement dudit GVENON, à peine de quinze cens liures d'amende, & confiſcation des exemplaires, ainſi qu'il eſt porté plus amplement dans l'original.

Acheué d'imprimer pour la premiere fois le 11. *iour d'Octobre* 1638.

RB102174

Library

of the

University of Toronto

SHR : 1650
Rm 1617
Lo 5 ms